উপাত্ত প্রক্রিয়াকরণ ও তথ্য উপস্থাপন
(Data Processing and Information Presentation)

২

আপনি প্রথম ইউনিটে পরিসংখ্যানের সংজ্ঞা, উৎস, গুরুত্ব, ব্যবহার ও বিভিন্ন প্রকার তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতি ও প্রশ্নমালা প্রণয়ন বিষয়ক প্রাথমিক ধারণা লাভ করেছেন। পরিসংখ্যান কাজে তথ্য সংগ্রহের পরবর্তী পদক্ষেপ হল উপাত্ত প্রক্রিয়াকরণ ও তথ্য উপস্থাপন। মনে করুন, আপনি কোন একটি এলাকার কৃষকদের নিকট থেকে তাদের কৃষি জমির আয়তন সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করতে চান। অনুসন্ধানের ফলাফলের জন্য সংগৃহীত তথ্যের বৈশিষ্ট্য অনুসারে তথ্য প্রক্রিয়াকরণ ও উহার যথার্থ উপস্থাপন প্রয়োজন। সুতরাং কীভাবে এই সংগৃহীত তথ্যকে প্রক্রিয়াকরণ ও উপস্থাপন করা উচিত সে সম্পর্কে একজন পরিসংখ্যানবিদের সুস্পষ্ট জ্ঞান থাকা একান্ত প্রয়োজন।

এই ইউনিটটিতে তথ্য প্রক্রিয়াকরণ ও উপস্থাপনের বিভিন্ন দিক নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে। ইউনিটের প্রথম পাঠে রয়েছে শ্রেণীবিন্যাস, দ্বিতীয় পাঠে রয়েছে গণসংখ্যা নিবেশন, তৃতীয় পাঠে সারণীবদ্ধকরণ, চতুর্থ পাঠে লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন এবং শেষ পাঠে রয়েছে গণসংখ্যা নিবেশনের লেখচিত্র। আসুন তাহলে পর্যায়ক্রমে বিভিন্ন পাঠে যাওয়া যাক।

এই পৃষ্ঠা খালি যাবে

ইউনিট-২

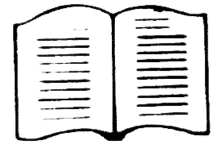
পাঠ-১ : শ্রেণীবিন্যাস

পাঠের উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি —

- তথ্যের শ্রেণীবিন্যাস কী তা - ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- শ্রেণীবিন্যাসকরণের বৈশিষ্ট্য ও ভিত্তি বর্ণনা করতে পারবেন
- শ্রেণীবিন্যাসের প্রকারভেদ চিহ্নিত করতে পারবেন
- বিভিন্ন প্রকার চলক (Variable) ও গুণগত বৈশিষ্ট্য (Attribute) এর মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে পারবেন
- পরিসংখ্যান অনুক্রমের বর্ণনা দিতে পারবেন
- পরিসংখ্যান অনুক্রমকে তথ্যমানের উর্ধ্বক্রম ও নিম্নক্রম অনুসারে সাজাতে পারবেন।

শ্রেণীবিন্যাস (Classification)



আসুন প্রথমেই জেনে নেই শ্রেণীবিন্যাস বলতে কী বুঝায়। শ্রেণীবিন্যাস হচ্ছে একটি পদ্ধতি বা প্রক্রিয়া, যে পদ্ধতিতে গবেষণার জন্য সংগৃহীত তথ্যরাশি সমূহকে তাদের অন্তর্গত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে কতকগুলি সাধারণ শ্রেণী বা গুচ্ছে সাজানো হয়।

তথ্য রাশি সংগ্রহ করা হয় সমগ্রক থেকে। সমগ্রক হলো কোন নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যপূর্ণ তথ্যের সমষ্টি, যে বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আমরা গবেষণা করতে চাই। যেমন - ডিপ্লোমা-ইন-ম্যানেজমেন্ট ছাত্রদের পেশা জানতে চান, এখানে এই প্রোগ্রামের সকল ছাত্র হবে সমগ্রক। সমগ্রকের প্রতিটি এককের একটা বিশেষ বৈশিষ্ট্য থাকবে। সমগ্রকের প্রতিটি একক যেমন- ব্যক্তি, পদ বা বিশেষ বস্তু যে গুনের অধিকারী, তাকে পরিসংখ্যান একক সমূহের বৈশিষ্ট্য বলে। উদাহরণস্বরূপ আয়, ব্যয়, পেশা, নৈপূণ্য, মেধা ইত্যাদি কোন সমগ্রকের একক সমূহের বৈশিষ্ট্যকে প্রকাশ করে। বৈশিষ্ট্য অনুসারে তথ্য সমূহকে সাজানোর কাজকে বলা হয় শ্রেণীবদ্ধকরণ এবং সাজানো তথ্য সমগ্রকটিকে বলা হয় শ্রেণীবিন্যাস। যেমন,

> বৈশিষ্ট্য অনুসারে তথ্য সমূহকে সাজানোর কাজকে বলা হয় শ্রেণীবদ্ধকরণ এবং সাজানো তথ্য সমগ্রকটিকে বলা হয় শ্রেণীবিন্যাস।

- আয়ের শ্রেণীবিন্যাস (Distribution of Income)
- সম্পদের শ্রেণীবিন্যাস (Distribution of Wealth)

এককসমূহের বৈশিষ্ট্যের প্রকারভেদ

সমগ্রকের প্রতিটি এককের একটা নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য থাকবে এটা আপনি জেনেছেন। এ ধরনের বৈশিষ্ট্যের আবার প্রকারভেদ রয়েছে। যেমন —

১. পরিমেয় বা পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য (Measurable Characteristic)
২. অপরিমেয় বা অপরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য (Non-Measurable Characteristic)

১. পরিমেয় বৈশিষ্ট্য

একক সমূহের সকল বৈশিষ্ট্য সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায় না। শুধু যে বৈশিষ্ট্যসমূহকে সংখ্যা বা রাশির দ্বারা প্রকাশ করা সম্ভব তাকে বলা হয় পরিমেয় বা পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য। অর্থাৎ যে সকল বৈশিষ্ট্যের সংখ্যাত্মক প্রকাশ সম্ভব তাকে পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য বলা হয়। এই বৈশিষ্ট্যসমূহের অপর নাম চলক। যেমন - আয়, ব্যয়, উচ্চতা, পুঁজির পরিমাণ ইত্যাদি।

> একক সমূহের সকল বৈশিষ্ট্য সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায় না।

২. অপরিমেয় বৈশিষ্ট্য

এককের যে বৈশিষ্ট্যসমূহকে সংখ্যা রাশির দ্বারা প্রকাশ করা যায় না সেগুলোকে অপরিমেয় বা অপরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য বলে। পরিসংখ্যান তথ্য রাশির এই ধরনের বৈশিষ্ট্যকে গুণগত বৈশিষ্ট্য বলে। যেমন - ধর্ম, শিক্ষা, লিঙ্গ। অর্থাৎ কাউকে যদি প্রশ্ন করা হয়, আপনার ধর্ম কী? তিনি উত্তর দিবেন ইসলাম বা হিন্দু বা খৃষ্টান বা অন্য কিছু। এখানে পরিমাপ করার কোন সুযোগ আছে কি? বরং আপনার উচ্চতা কত জানতে চাইলে পরিমাপযোগ্য একটি উত্তর পাওয়া যেত।

> এককের যে বৈশিষ্ট্যসমূহকে সংখ্যা রাশির দ্বারা প্রকাশ করা যায় না সেগুলোকে

চলক (Variable)

আপনি জেনেছেন, পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্যসমূহের অপর নাম চলক। আসুন জেনে নেই, চলক বলতে কী বুঝায়। চলক হচ্ছে এমন একটা বৈশিষ্ট্য যার মান এক একক থেকে অন্য এককে পরিবর্তন হয়। যেমন - উচ্চতা একটা চলক। কারণ, একজনের উচ্চতা ৫′৬″, অন্যজনের উচ্চতা ৫′৪″।

এখানে এক একক থেকে অন্য এককে মানের পরিবর্তন হয়েছে। আবার মনে করুন, রিক্সার চাকার সংখ্যা। এক্ষেত্রে প্রতিটি রিক্সাতেই তিনটি চাকা থাকে। অর্থাৎ বিভিন্ন এককের জন্য এই বৈশিষ্ট্যের মান পরিবর্তন হচ্ছে না। এজন্য তাকে চলক বলা যাবে না। সুতরাং বিভিন্ন এককে যে বৈশিষ্ট্যের মান পরিবর্তিত হয়, তাই চলক। এই চলক সাধারণত দুই প্রকার

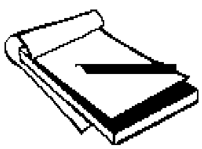
চলক হচ্ছে এমন একটা বৈশিষ্ট্য যার মান এক একক থেকে অন্য এককে পরিবর্তন হয়।

১. *বিচ্ছিন্ন চলক (Discrete Variable)*

যে চলকসমূহকে শুধু পূর্ণসংখ্যার দ্বারা প্রকাশ করা সম্ভব হয় এবং ধারণাগতভাবে বা আংশিক সংখ্যায় প্রকাশ করা কোন মতেই সম্ভব নয় তাকে বলা হয় বিচ্ছিন্ন চলক। অন্য কথায়, যে চলকের মান ভগ্নাংশে প্রকাশ সম্ভব নয়, তাকে বিচ্ছিন্ন চলক বলা হয়। যেমন- পরিবারের সদস্য সংখ্যা, শ্রেণীতে ছাত্রছাত্রীদের সংখ্যা, অফিসে কর্মচারীর সংখ্যা।

২. *অবিচ্ছিন্ন চলক (Continuous Variable)*

কোন সমগ্রকের এককের যে বৈশিষ্ট্য সমূহকে ধারণাগতভাবে (conceptually) পূর্ণসংখ্যায় বা ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায় তাকে অবিচ্ছিন্ন চলক বলা হয়। যেমন- উচ্চতা, আয়, বয়স, চাকুরীর মেয়াদকাল ইত্যাদি। উল্লেখ্য যে, এক ব্যক্তির উচ্চতা পাঁচ ফুট সাড়ে পাঁচ ইঞ্চি হতে পারে কিন্তু পরিবারের লোকসংখ্যা সাড়ে পাঁচ জন হতে পারেনা।



অনুশীলন
বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলকের নতুন তিনটি করে উদাহরণ দিন এবং এরা কেন বিচ্ছিন্ন বা অবিচ্ছিন্ন চলক তা ব্যাখ্যা করুন। (অনুর্ধ্ব ৫০ শব্দ)

শ্রেণীবিন্যাসকরণের উদ্দেশ্য

শ্রেণীবিন্যাসকরণ হচ্ছে তথ্য প্রক্রিয়াকরণের ও উপস্থাপনের প্রাথমিক ধাপ। এই শ্রেণীবিন্যাসকরণের বেশ কিছু উদ্দেশ্য রয়েছে। আসুন প্রথমে শ্রেণীবিন্যাসকরণের উদ্দেশ্যগুলির সাথে পরিচিত হই।

শ্রেণীবিন্যাসকরণ হচ্ছে তথ্য প্রক্রিয়াকরণের ও উপস্থাপনের প্রাথমিক ধাপ।

সাজিয়ে প্রকাশ তথ্যের বৈশিষ্ট্য অনুসারে সংগৃহীত তথ্য সমষ্টিকে সাজিয়ে প্রকাশ করা হয়। যেমন- ছাত্রছাত্রীদের তাদের মেধা অনুসারে সাজিয়ে দেখালে ছাত্রছাত্রী সমগ্রকের মেধা বৈশিষ্ট্য যথার্থভাবে ফুটে উঠে। অর্থাৎ মেধানুসারে সাজানো শ্রেণীর উপর ভিত্তি করে বলা যায় ছাত্র-ছাত্রীদের মেধা কিরূপ। এখানে পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরকে মেধার ভিত্তি হিসেবে ধরা যেতে পারে।

সম্যক ধারণা লাভ শ্রেণীবিন্যাসকরণের ফলে প্রকৃত পক্ষে কোন জটিল বিষয় সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করা সহজ হয়। যেমন-গত দশ বৎসরে দেশের মোট রপ্তানীর পরিমাণ ক্রমানুসারে সাজালে দেশে রপ্তানী আয়ের প্রবৃদ্ধির হার সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা যায়।

সাদৃশ্য, বৈসাদৃশ্য প্রদর্শন সংগৃহীত তথ্যের সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্যের বিভিন্ন ক্ষেত্রগুলি স্পষ্টভাবে প্রকাশ করা যায়। যেমন- আয়ের ভিত্তিতে জনসমগ্রকের একক অর্থাৎ জনসংখ্যাকে প্রথমে বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা হলো। তাহলে এখন আয়ের কোন গ্রুপে মোট জনসংখ্যার শতকরা কতজন ব্যক্তি আছে সে সম্পর্কে ধারণা করে পরস্পরের তুলনা করা সহজ হয়।

সারাংশ প্রদর্শন শ্রেণীবিন্যাসকরণের ফলে সংগৃহীত তথ্যের সারাংশকরণ সহজ হয় এবং তা বিভিন্ন রকমে উপস্থাপনের উপযোগী হয়। যেমন ধরুন, আপনি জানতে চাইলেন ঢাকা শহরে পল্লীগীতি কতটা জনপ্রিয়। এর জন্য ঢাকা শহরের বিভিন্ন অঞ্চলের বিভিন্ন শ্রেণীর ও বিভিন্ন বয়সের লোকের নিকট থেকে তথ্য সংগ্রহ করলে কোন্ শ্রেণীর লোকের শতকরা কতজন পল্লীগীতি পছন্দ করেন এবং শোনেন তা সহজে ব্যাখ্যা করা যাবে। শ্রেণীবিন্যাসের ফলে এটা বুঝা অনেক সহজ ব্যাপার হবে।

অপ্রয়োজনীয় অংশ বর্জন শ্রেণীবদ্ধকরণের ফলে তথ্যের অপ্রয়োজনীয় অংশ বর্জন সম্ভব হয় যা তথ্য বিশ্লেষণের জন্য সহায়ক।

তুলনাপযোগী শ্রেণীবদ্ধকরণ তথ্য রাশিকে তুলনাপযোগী করে সেই তথ্য থেকে সিদ্ধান্ত গ্রহণে সাহায্য করে। যেমন পল্লীগীতির উদাহরণই ধরুন। সহজেই তুলনা করা যাবে যে কম বা বেশী বয়সের লোকদের মধ্যে কারা পল্লীগীতি বেশী শোনেন।

উপযুক্ত শ্রেণীবিন্যাসের বৈশিষ্ট্যসমূহ (Properties of a good classification)

অনুসন্ধানের প্রয়োজনীয়তার ওপর নির্ভর করেই সংগৃহীত তথ্যকে শ্রেণীবিন্যাস করা হয়। কিন্তু তাই বলে তথ্যকে ইচ্ছেমত শ্রেণীবিন্যাস করা যায় না। একটি উপযুক্ত শ্রেণীবিন্যাসের নিম্নবর্ণিত বৈশিষ্ট্য থাকা বাঞ্ছনীয় —

> অনুসন্ধানের প্রয়োজনীয়তার ওপর নির্ভর করেই সংগৃহীত তথ্যকে শ্রেণীবিন্যাস করা হয়।

১. শ্রেণীর মধ্যে স্পষ্ট পার্থক্য

একটি শ্রেণী থেকে অন্য শ্রেণীর স্পষ্ট পার্থক্য থাকতে হবে। লক্ষ্য রাখতে হবে যেন কোন একটি মান একক একাধিক শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত না হয়। যদি দুটি শ্রেণী এমন হয়, ৫-১০, ৮-১৩। তাহলে ৯ বা ১০ কোন শ্রেণীতে পড়বে? কাজেই প্রতিটি শ্রেণীর মধ্যে স্পষ্ট পার্থক্য নির্ণয় করতে হবে। এজন্য শ্রেণীগুলো স্পষ্টভাবে সংজ্ঞায়িত করতে হবে। যেমন, ৫-১০, ১০-১৫ ইত্যাদি।

২. সহজ বোধ্য ভিত্তি

শ্রেণীবিন্যাসের ভিত্তি সহজবোধ্য হওয়া উচিত। যেমন - দক্ষতা অনুসারে কর্মচারীদের সাজাতে হলে দক্ষতার একটি যথার্থ সংজ্ঞা দেওয়া প্রয়োজন এবং সেই সংজ্ঞানুসারেই শ্রেণীবিন্যাস করতে হবে। যদি আপনাকে বলা থাকে কোন শ্রমিক কাপড় কাটা এবং মেশিন চালনা এ দু'টিই করতে পারলে দক্ষতার শ্রেণীতে পড়বে, তাহলে কোন শ্রমিক যদি শুধু কাপড় কাটতে পারে অথবা শুধু যদি মেশিন চালাতে পারে অথবা যদি দু'টির কোনটিই না পারে তবে সে পড়বে অদক্ষ শ্রমিক শ্রেণীতে। এখানে পরিষ্কারভাবে সংজ্ঞা দেয়ার ফলে এরূপ ভাগ করা সম্ভব হয়েছে।

৩. এককের শ্রেণীভূক্ত হওয়ার অপরিহার্যতা

সমগ্রকের প্রতিটি একককে কোন না কোন শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত করা উচিত। কিছু তথ্য বাদ দিয়ে খন্ড খন্ডভাবে শ্রেণীবদ্ধকরণ মোটেই উপযুক্ত শ্রেণীবিন্যাসের লক্ষণ নয়।

> সমগ্রকের প্রতিটি একককে কোন না কোন শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত করা উচিত।

৪. উপস্থাপন ও বিশ্লেষণের সহায়ক

যথার্থ শ্রেণীবিন্যাস এমন হওয়া উচিত যা তথ্য উপস্থাপন ও বিশ্লেষণের একান্তভাবে সহায়ক। যেমন - যদি শ্রেণীগুলো ৫-১০, ১০-১৫, ১৫-২০ এমন হয়, তবে শ্রেণীর গণসংখ্যাকে আয়ত লেখের মাধ্যমে উপস্থাপন, এদের গড় মধ্যক ইত্যাদি নির্ণয় করা সহজ। এর বিপরীতক্রমে সম্ভব নয়।

শ্রেণীবিন্যাসের ভিত্তি (Basis of Classification)

শ্রেণীবিন্যাসের মূল ভিত্তি হচ্ছে তথ্যের এককের মধ্যে নিহিত বৈশিষ্ট্য। বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে অনেক প্রকারে শ্রেণীবিন্যাস করা সম্ভব এবং এর জন্য কোন বাঁধাধরা নিয়ম প্রণয়ন করা সম্ভব নয়। তবে তথ্যের প্রকৃতি অনুসারে, সময়, ভৌগলিক অবস্থান, গুণগত বৈশিষ্ট্য ও সংখ্যামূলক বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে সাধারণত শ্রেণীবিন্যাস করা হয়ে থাকে।

> শ্রেণীবিন্যাসের মূল ভিত্তি হচ্ছে তথ্যের এককের মধ্যে নিহিত বৈশিষ্ট্য।

১. সময়ভিত্তিক শ্রেণীবিন্যাস

এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত তথ্যসমূহকে বিভিন্ন সময়ের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাস করা হয়। এই পদ্ধতিতে বিন্যাসকৃত তথ্যরাশি সমূহকে কালিন সারি (Time Series) বলে। একটি পরিমাপযোগ্য চলকের বিভিন্ন সময়ে পরিলক্ষিত মানের তথ্য সারি হচ্ছে কালিন সারি। যেমন - কোন দেশের বিভিন্ন বৎসরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার সময় ভিত্তিক শ্রেণীবিন্যাসের একটি উদাহরণ। ধরুন - ১৯৮১ এর শুমারীতে দেশের লোকসংখ্যা ছিল প্রায় ৯ কোটি, ১৯৯১ এর শুমারীতে প্রায় ১১ কোটি। ২ কোটি লোক হঠাৎ করে বৃদ্ধি পায়নি। বিভিন্ন বৎসরে তথ্য নিলে দেখা যাবে কোন বৎসর ২০ লক্ষ, কোন বৎসর ২৫ লক্ষ এভাবে বৃদ্ধি পেয়ে ১০ বৎসরে ২ কেটি লোক বৃদ্ধি পেয়েছে। কাজেই জনসংখ্যা বৃদ্ধি সময়ভিত্তিক শ্রেণীবিন্যাসের একটা উদাহরণ। আবার কোন দেশে যে সকল বৎসরে আদম

> বৎসর অনুযায়ী জনসংখ্যা শ্রেণী বিন্যস্ত করে দেখানো হলে সময়ভিত্তিক শ্রেণীবিন্যাস হবে।

শুমারী করা হয়েছে সেই বৎসর অনুযায়ী জনসংখ্যা শ্রেণী বিন্যস্ত করে দেখানো হলে সেটা সময়ভিত্তিক শ্রেণীবিন্যাস হবে।

বাণিজ্যিক পরিসংখ্যানকেও ভৌগোলিক ভিত্তিতে শ্রেণীবদ্ধ করা সম্ভব।

২. ভৌগোলিক অবস্থান ভিত্তিক শ্রেণীবিন্যাস

এই প্রকার বিন্যাসে তথ্যসমূহকে স্থান বিশেষের ভিত্তিতে সাজানো হয়। এই পদ্ধতিতে বিন্যাসের ভিত্তি হল ভৌগোলিক অঞ্চল। বাণিজ্যিক পরিসংখ্যানকেও ভৌগোলিক ভিত্তিতে শ্রেণীবদ্ধ করা সম্ভব। যেমন - বিভিন্ন জেলার ভিত্তিতে বাংলাদেশের জনসংখ্যা এই শ্রেণীবিন্যাসের অন্তর্গত।

৩. গুণগত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাস

এই ধরনের শ্রেণীবিন্যাসে তথ্য সমগ্রকের গুণ বা প্রকৃতি অনুসারে শ্রেণীবিন্যাস করা হয়। যেমন - বাংলাদেশের অধিবাসীদের শিক্ষার ভিত্তিতে ভাগ করা যেতে পারে এবং এভাবে বিন্যস্ত জনসমগ্রক হবে দু'টি যথা - শিক্ষিত ও অশিক্ষিত। তেমনি দেশের অধিবাসীদের লিঙ্গ অনুসারে বিন্যস্ত করলে দুটি শ্রেণী হবে - স্ত্রী ও পুরুষ।

গুণগত মানের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাস প্রধানত দু'রকমের হতে পারে।

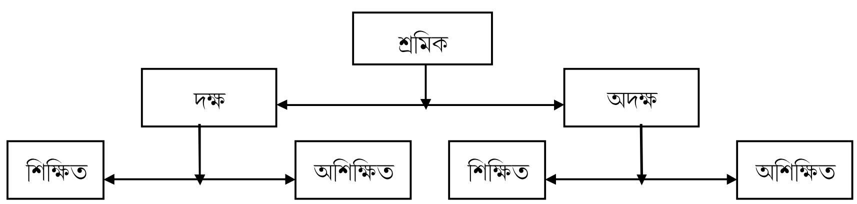
- ***সরল শ্রেণীবিন্যাস (Simple Classification)***

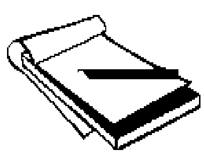
কোন সমগ্রককে কোন সাধারণ গুণগত বৈশিষ্ট্য অনুসারে দুটি শ্রেণীতে বিভক্ত করলে যে শ্রেণীবিন্যাস পাওয়া যায় তাকে বলে সরল শ্রেণীবিন্যাস। যেমন - শ্রমিকদেরকে দক্ষ ও অদক্ষ এই দুইটি মাত্র শ্রেণীতে বিভক্ত করলে তা হবে সরল শ্রেণীবিন্যাসের উদাহরণ।

- ***জটিল বা বিবিধ শ্রেণীবিন্যাস***

কোন সমগ্রকের তথ্যরাশিকে একাধিক গুণের ভিত্তিতে বিন্যস্ত করলে যে শ্রেণীবিন্যাস পাওয়া যায় তাকে বলে জটিল বা বিবিধ শ্রেণীবিন্যাস।

কোন সমগ্রকের তথ্যরাশিকে একাধিক গুণের ভিত্তিতে বিন্যস্ত করলে যে শ্রেণীবিন্যাস পাওয়া যায় তাকে বলে জটিল বা বিবিধ শ্রেণীবিন্যাস। যেমন - শ্রমিক শ্রেণীকে শুধু দক্ষতার উপর ভিত্তি করে শ্রেণীবিন্যাস না করে দক্ষতা এবং শিক্ষা এই দুইটি বা ততোধিক গুণের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাস করলে তা হবে জটিল শ্রেণীবিন্যাসের উদাহরণ। বিষয়টি চিত্রের সাহায্যে দেখানো যায় এইভাবে,





অনুশীলন
একটি এলাকায় বসবাসরত জনগণের একটি জটিল বা বিবিধ শ্রেণীবিন্যাসের ছক আঁকুন।

৪. সংখ্যাত্মক বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাস

পরিসংখ্যান তথ্য বিশ্লেষণে চলকের মাধ্যমে শ্রেণীবিন্যাসের যথেষ্ট গুরুত্ব রয়েছে।

কোন পরিমাপযোগ্য চলকের মানের পার্থক্য অনুসারে তথ্যমানকে বিভিন্ন শ্রেণীতে বিভক্ত করা যায়। যেমন- বাংলাদেশের লোকসংখ্যা বিভিন্ন বয়স সীমায় চিহ্নিত করা যায়। এই বিন্যাসকরণের ফলে প্রয়োজনে ৬০ বৎসরের বেশী বয়সের লোকের সংখ্যা বা ১০ বৎসরের কম বয়সের লোকের সংখ্যা জানা যায়। তেমনি ভাবে আয় বা সম্পদের ভিত্তিতে জনসংখ্যাকে বিন্যস্ত করা যায়। এই ধরনের বিন্যাসকে চলকের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাসকরণ বলা হয় (Classification on the basis of variable)। পরিসংখ্যান তথ্য বিশ্লেষণে চলকের মাধ্যমে শ্রেণীবিন্যাসের যথেষ্ট গুরুত্ব রয়েছে।

পরিসংখ্যান অনুক্রম (Statistical Series)

পরিসংখ্যান অনুক্রম পর্যবেক্ষণমানের উর্ধ্ব বা নিম্নক্রমে সাজানো যেতে পারে।

কোন অনুসন্ধান থেকে প্রাপ্ত সমগ্রকের এককগুলির বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে পরিমাণগত পর্যবেক্ষণকে একটি পরিসংখ্যান অনুক্রম বলে। পরিসংখ্যান অনুক্রম পর্যবেক্ষণমানের উর্ধ্ব বা নিম্নক্রমে সাজানো যেতে পারে। আসুন বিভিন্ন প্রকার অনুক্রম সম্পর্কে জেনে নেই।

- পরিসংখ্যান অনুক্রম সময়ভিত্তিক হলে তাকে বলে সময় অনুক্রম বা কালিন সারি। যেমন- শ্রমিক সমগ্রককে চাকুরীর সময় সীমার ভিত্তিতে বিন্যস্ত করা। ধরুন, ২০ জন শ্রমিককে চাকুরীর সময় কাল অনুযায়ী সাজাতে বলা হলো। আপনি হিসেব করে দেখলেন ৫ বৎসরের কম সময়ের চাকুরী ৮ জনের, ৫-১০ বৎসরের চাকুরী ৮ জনের এবং ১০ বৎসরের বেশী ৪ জন। সময় অনুসারে সাজানো এ অনুক্রম কালীন সারি অনুক্রম।
- অনুক্রম ভৌগোলিক সীমানা ভিত্তিক হলে তাকে বলা হয় স্থান ভিত্তিক অনুক্রম। জেলা ভিত্তিক গণনাকৃত জনসংখ্যা ভৌগলিক অনুক্রম এর উদাহরণ।
- সমগ্রকের বৈশিষ্ট্যের অবস্থার ভিত্তিতে পর্যবেক্ষণ করা হলে যে অনুক্রম তৈরি হয় তাকে বলা হয় অবস্থা ভিত্তিক অনুক্রম। যেমন- জনসংখ্যাকে পেশার ভিত্তিতে বিন্যস্ত করা।

তাহলে আপনি দেখতে পাচ্ছেন, পরিসংখ্যান অনুক্রমের কয়েকটি ভাগ রয়েছে। যেমন - সময় অনুক্রম, স্থানভিত্তিক অনুক্রম এবং অবস্থা ভিত্তিক অনুক্রম।

এই অবস্থা ভিত্তিক অনুক্রম আবার দু'রকমের ––

- ***বিচ্ছিন্ন অনুক্রম***

বিচ্ছিন্ন চলকের ভিত্তিতে তৈরী হয় বিচ্ছিন্ন অনুক্রম। বিছিন্ন চলক কাকে বলে তা পূর্বের আলোচনায় জেনেছেন। বিচ্ছিন্ন চলক হচ্ছে সেই চলক যে চলকের একককে ভগ্নাংশে ভাগ করা না যায়। পরিবারের লোক সংখ্যা সর্বদা পূর্ণাঙ্গ। কাজেই পরিবারের আকৃতি (সদস্যের ভিত্তিতে) অনুসারে প্রস্তুতকৃত অনুক্রম বিচ্ছিন্ন অনুক্রম।

বিচ্ছিন্ন চলকের ভিত্তিতে তৈরী হয় বিচ্ছিন্ন অনুক্রম।

- ***অবিচ্ছিন্ন অনুক্রম***

অবিচ্ছিন্ন চলকের ভিত্তিতে তৈরী অনুক্রমকে অবিচ্ছিন্ন অনুক্রম বলে। যেমন, খামারের আয়তন ভগ্নাংশে হতে পারে। ভগ্নাংশে সাজানো অবিচ্ছিন্ন চলকের বৈশিষ্ট্য। কাজেই খামারের আয়তন অনুসারে সাজানো কৃষক পরিবারের অনুক্রম হল বিচ্ছিন্ন অনুক্রম।

সারাংশ

পরিসংখ্যানে তথ্য বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য অনুসারে শ্রেণীবিন্যাস্ত করা যায়। এই বৈশিষ্ট্য পরিমেয় বা অপরিমেয় হতে পারে। চলক হতে পারে বিচ্ছিন্ন বা অবিচ্ছিন্ন। এছাড়াও শ্রেণী বিন্যাসের বিভিন্ন উদ্দেশ্য ও বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে আপনি জানতে পেরেছেন। পরিসংখ্যান তথ্য সময়, ভৌগলিক অবস্থান, গুণগত এবং সংখ্যামূলক বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে শ্রেণী বিন্যস্ত করা যায়। সরল শ্রেণীবিন্যাস, জটিল শ্রেণীবিন্যাস এবং বিচ্ছিন্ন অনুক্রম ও অবিচ্ছিন্ন অনুক্রম সম্বন্ধেও নিশ্চয়ই আপনার স্পষ্ট ধারনা হয়েছে।

- **পাঠোত্তর মূল্যায়ন**

১. শ্রেণীবদ্ধকরণ কাকে বলে? শ্রেণীবদ্ধকরণের ভিত্তিসমূহ উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।

২.. চলক (Variable) এবং গুণগত বৈশিষ্ট্য (Attributes) এর মধ্যে পার্থক্য উদাহরণসহ বুঝিয়ে দিন।

৩.. চলক কত প্রকার? প্রত্যেকটির দুটি করে উদাহরণ দিন।

৪.. পরিসংখ্যান অনুক্রম কাকে বলে? দৃষ্টান্তসহ বিভিন্ন প্রকার অনুক্রমের বর্ণনা দিন।

৫.. শ্রেণীবদ্ধকরণের উদ্দেশ্য কী? একটি আদর্শ বিন্যাসের কী কী বৈশিষ্ট্য থাকা উচিত তা বর্ণনা করুন।

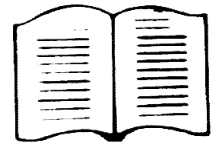
পাঠ-২ : গণসংখ্যা নিবেশন (Frequency Distribution)

পাঠের উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি —

- গণসংখ্যা নিবেশন কী তা বর্ণনা করতে পারবেন
- গণসংখ্যা নিবেশনের বিভিন্ন অংশের ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকারভেদ চিহ্নিত করতে পারবেন
- চলকের (Variable) ও গুণগতমানের (Attribute) ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকারভেদ ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- গণসংখ্যা নিবেশনের বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারবেন।

গণসংখ্যা নিবেশন (Frequency Distribution)



পরিসংখ্যানের প্রথম কাজ তথ্য সংগ্রহ করা। তথ্য সংগ্রহের পর তথ্য প্রক্রিয়াকরণের কাজ শুরু হয়। তথ্য বিশ্লেষণের সুবিধার্থে কোন একটি পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের পরিসরকে কয়েকটি সুবিধাজনক শ্রেণীতে ভাগ করা হয়। এই প্রতিটি ভাগের অন্তর্ভুক্ত তথ্য সমষ্টিকে সংঘবদ্ধভাবে গণনা করে যে বিন্যাস প্রস্তুত করা হয় তাকে গণসংখ্যা নিবেশন বলে।

যেহেতু পরিসরকে কয়েকটি সুবিধাজনক শ্রেণীতে ভাগ করা হয়, এজন্য চলকের পরিসর জানাই হচ্ছে গণসংখ্যা নিবেশনের প্রথম পদক্ষেপ। আপনি ইউনিট-১ এর পাঠ-২ থেকে জেনেছেন যে চলক হচ্ছে, একটি সমগ্রকের সেই বৈশিষ্ট্য যাকে সংখ্যা দিয়ে প্রকাশ করা যায়। আর পরিসর হচ্ছে চলকের বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম মানের পার্থক্য। পরিসরকে কয়েকটি শ্রেণীতে বিভক্ত করে প্রতিটি শ্রেণীব্যাপ্তির অন্তর্ভুক্ত তথ্য রাশির যে বিন্যাস প্রস্তুত করা হয়, তাকে গণসংখ্যা নিবেশন বলে। আসুন বিষয়টি একটি সহজ উদাহরণ দিয়ে জেনে নেই। মনে করুন, দশজন শ্রমিকের চাকুরীর মেয়াদকাল ৩, ৬, ৮, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৭, ১৮, ২৪ বছর। এটি একটি তথ্য সারি। এ তথ্যসারি থেকে যদি আপনাকে গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করতে বলা হয় তাহলে নিশ্চয়ই আপনি প্রথমে পরিসর ২৪ – ৩ = ২১ বের করবেন। এবার মোট ৪ বা ৫টি শ্রেণী তৈরির জন্য এবং ৩ ও ২৪ কে সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ শ্রেণীতে বিন্যস্ত করার জন্য আপনাকে ০-৫, ৫-১০ এই ভাবে ২০-২৫ এরূপ শ্রেণী তৈরি করতে হবে। যদি তাই করেন তবে গণসংখ্যা নিবেশনটি হবে —

> পরিসরকে কয়েকটি শ্রেণীতে বিভক্ত করে প্রতিটি শ্রেণী ব্যাপ্তির অন্তর্ভুক্ত তথ্য রাশির যে বিন্যাস প্রস্তুত করা হয়, তাকে গণসংখ্যা নিবেশন বলে।

চাকুরীর সময়কাল (বছর)	টালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
০-৫	I	১
৫-১০	II	২
১০-১৫	IIII	৪
১৫-২০	II	২
২০-২৫	I	১
মোট		১০

উদাহরণ -১ ঃ ১০ জন শ্রমিকের চাকুরীর সময়কাল অনুসারে প্রস্তুতকৃত গণসংখ্যা নিবেশন

উপরের গণসংখ্যা নিবেশনটির দিকে তাকালে আপনি স্পষ্টভাবে এর কয়েকটি অংশ দেখতে পারবেন। অংশগুলো হলো,

- পরিসর
- শ্রেণীসংখ্যা
- শ্রেণীব্যাপ্তি
- শ্রেণীসীমা
- টালি চিহ্ন
- ঘটন সংখ্যা

গণসংখ্যা নিবেশনের এ সকল বিবেচ্য বিষয়গুলি একটু পরেই বিস্তারিত আলোচনা করবো।

গণসংখ্যা নিবেশন এমন হওয়া উচিত যাতে তথ্যের মান অনুসারে সাজানোর পর নিবেশনটি বুঝতে সহজ হয়। উদাহরণ-১ সারণীতে, চাকুরীর সময়কাল ভিত্তিক গণসংখ্যা নিবেশনটির দিকে তাকালে ০ থেকে ৫ বছরের চাকুরীর সময়কালের মধ্যে মোট শ্রমিকের কতজন শ্রমিক রয়েছেন তা সহজেই ধরা পড়ে। তেমনিভাবে যেকোন শ্রেণীতে কতজন শ্রমিক রয়েছে এবং তারা মোট সংখ্যার কতজন তা নিরূপণ করা যায়। তথ্য সম্পর্কে সহজে এই ধারণা সৃষ্টি করার জন্যই গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি করা হয়। পরিসংখ্যান কাজে গণসংখ্যা নিবেশনের গুরুত্ব অধিক। তাই গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত

> গণসংখ্যা নিবেশন এমন হওয়া উচিত যাতে তথ্যের মান অনুসারে সাজানোর পর নিবেশনটি বুঝতে সহজ হয়।

করার সময় এর প্রতিটি অংশ সম্পর্কে যথাযথভাবে চিন্তা করা প্রয়োজন। এছাড়া গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুতের সময় যে যে বিষয়ে দৃষ্টি দেয়া প্রয়োজন তা হলো -

চলকটি কী প্রকৃতির, কী গুণগত মানের বা পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের, শ্রেণীসংখ্যা কত হবে বা শ্রেণীব্যাপ্তির মান কত হবে, শ্রেণীসীমার মধ্যে গণসংখ্যা কেমন ভাবে বিন্যস্ত হবে ইত্যাদি। গণসংখ্যা নিবেশন তথ্য সমগ্রকের গুণগত বৈশিষ্ট্য এবং পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে তৈরী করা যেতে পারে। আসুন তাহলে গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে বিবেচ্য বিষয়গুলি সম্পর্কে কিছুটা জেনে নেই।

গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে বিবেচ্য বিষয়সমূহ

১. *পরিসর*

পরিসর হল তথ্য সারিতে চলকের উর্ধ্বসীমা এবং নিম্নসীমার যথার্থ পার্থক্য।

পরিসর হল তথ্য সারিতে চলকের উর্ধ্বসীমা এবং নিম্নসীমার যথার্থ পার্থক্য। উদাহরণ-১ এ যদিও উর্ধ্বসীমা ২৪ এবং নিম্নসীমা ৩, তথাপি গণসংখ্যা নিবেশনের গঠনের সুবিধার জন্যে উভয় সীমাকে একটি সুবিধাজনক পরিবর্তন করা হয়েছে। যেমন, উদাহরণ-১ এর গণসংখ্যা নিবেশনে পরিসীমার নিম্নসীমা ০ এবং উর্ধ্বসীমা ২৫। তবে এই পরিবর্তনের কোন বাধাধরা নিয়ম নেই। তথাপি পরিবর্তন এমনভাবে করতে হবে যেন তা বিন্যস্ত গণসংখ্যা নিবেশনটির তথ্য বিশ্লেষণে অধিক সহায়ক হয়। সাধারণভাবে পরিসর (R) হলো, তথ্যসারির সর্বোচ্চ মান (H) এবং তথ্যসারির সর্বনিম্ন মান (L) এর পার্থক্য। অর্থাৎ, $R = H - L$

২. *শ্রেণীসংখ্যা*

শ্রেণীসংখ্যা খুব বেশী বা খুব কম হওয়া ঠিক নয়।

শ্রেণীসংখ্যা কত হবে এমন কোন সঠিক নিয়ম নেই। তথাপি বিন্যস্ত নিবেশন যেন তথ্যের যথার্থ বর্ণনা দিতে পারে এমনভাবে শ্রেণীসংখ্যা তৈরী করা প্রয়োজন। তাই শ্রেণীসংখ্যা কত হবে তা বিশেষ বিবেচনা করে ঠিক করা দরকার। শ্রেণীসংখ্যা খুব বেশী বা খুব কম হওয়া ঠিক নয়। খুব বেশী হলে শ্রেণীকরণের মূল উদ্দেশ্য ব্যাহত হতে পারে। আবার খুব কম হলে তথ্যাদির বৈশিষ্ট্য প্রকাশে অসুবিধা হতে পারে। শ্রেণী সংখ্যা নির্ধারণেও কোন বাধাধরা নিয়ম নেই। তবে অনেক সময় শ্রেণীসংখ্যা নির্ধারণের জন্য Sturge এর নিয়ম অনুসরণ করা হয়। আসুন তাহলে, দেখা যাক Sturge এর পদ্ধতিটা কী।

Sturge এর পদ্ধতি

কোন একটি গণসংখ্যা বিন্যাস প্রস্তুতকরণের জন্য Sturge এর পদ্ধতিতে শ্রেণীসংখ্যা (K) নির্ণয়ের উপায় হলো,

$$K = 1+3.322 \log N$$

এখানে K = শ্রেণী সংখ্যা

N = সমগ্রকের একক সংখ্যা

log = 10 ভিত্তিক সাধারণ log

৩. *শ্রেণীব্যাপ্তি*

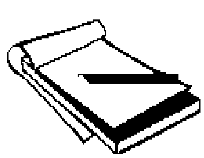
একটি শ্রেণীর দুইটি সীমার ব্যবধানকে শ্রেণীব্যাপ্তি বলা হয়।

একটি শ্রেণীর দুইটি সীমার ব্যবধানকে শ্রেণীব্যাপ্তি বলা হয়। প্রকৃতপক্ষে এটি হচ্ছে একটি **শ্রেণীর পরিসর।** এই পরিসর কত হবে তা নির্ভর করে চলকের মোট পরিসরকে কয়টিভাগে ভাগ করা হবে তার উপর। যদি মোট পরিসর R হয় এবং তাকে K সংখ্যক শ্রেণীতে ভাগ করা হয় তবে শ্রেণীব্যাপ্তি C হবে,

$$C = \frac{R}{K}$$

$$= \frac{R}{1 + 3 \cdot 322 \ \log N}$$

প্রয়োজনবোধে গণসংখ্যা বিন্যাসে তথ্যের সহজ উপস্থাপনের জন্য শ্রেণীব্যাপ্তির মান সমান বা অসমান হতে পারে। উপরের ১ নং উদাহরণে গণসংখ্যা নিবেশনটি সমান শ্রেণীব্যাপ্তির দৃষ্টান্ত হিসেবে ব্যবহৃত হয়েছে।



অনুশীলন

৫০ জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সর্বোচ্চ মান ৯২ এবং সর্বনিম্ন মান ২৫ হলে পরিসর (R), শ্রেণীসংখ্যা (K) এবং শ্রেণীব্যাপ্তি (C) নির্ণয় করুন।

একটি অসমান শ্রেণীব্যাপ্তির উদাহরণ

আপনার অসমান শ্রেণীব্যাপ্তির উপর ধারণা লাভের সুবিধার জন্য ১০ জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বর অনুসারে তাদেরকে একটি অসমান শ্রেণীব্যাপ্তিতে ভাগ করা হল।

প্রাপ্ত নম্বর	ছাত্রের সংখ্যা
০ - ৪০	১
৪০ - ৫০	২
৫০ - ৬০	৪
৬০ - ৭০	২
৭০ - ১০০	১

উদাহরণ-২ ঃ প্রাপ্ত নম্বর অনুসারে ১০ জন ছাত্রের গণসংখ্যা নিবেশন

এই গণসংখ্যা নিবেশনে প্রথম শ্রেণীর পরিসর ৪০, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ শ্রেণীর পরিসর ১০ এবং শেষ শ্রেণীর পরিসর ৩০।

তাহলে শ্রেণী পরিসর C হলে

$C = U - L$

এখানে U = শ্রেণী পরিসরের উর্ধ্বসীমা

L = শ্রেণী পরিসরের নিম্নসীমা

৪. শ্রেণীসীমা

শ্রেণীব্যাপ্তি সম্পর্কে সিদ্ধান্ত গ্রহণের পর শ্রেণীসীমা নির্ধারণ করা হয়। শ্রেণীসীমা নির্ধারণ করার সময় চলকের পরিসরের সর্বনিম্ন মান হতেই যে শুরু করতে হবে এমন কোন নিয়ম নেই। তেমনিভাবে চলকের পরিসরের সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত পৌছে শেষ করতে হবে তেমন কোন বাঁধাধরা নিয়মও নেই। এক্ষেত্রে উভয় প্রান্ত সংখ্যার কম-বেশী যে কোন উপযোগী সংখ্যাকে বেছে নেয়া যেতে পারে। শ্রেণীসীমা এমন ভাবে নিরূপণ করতে হবে যেন শ্রেণীগুলি পারস্পরিকভাবে একটি হতে অন্যটি ভিন্ন ভিন্ন হয়। উদাহরণ-১ এ শ্রমিকদের চাকুরীর সময়কাল (অর্থাৎ ০-৫, ৫-১০, ১০-১৫ ইত্যাদি) শ্রেণী সীমার একটি উদাহরণ। গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করার সময় শ্রেণীসীমা নির্ধারণে সাধারণত দুইটি পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এই দুইটি পদ্ধতি হলো,

শ্রেণীসীমা এমন ভাবে নিরূপণ করতে হবে যেন শ্রেণীগুলি পারস্পরিকভাবে একটি হতে অন্যটি ভিন্ন ভিন্ন হয়।

১. বহির্ভূত পদ্ধতি (Exclusive Method)
২. অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতি (Inclusive Method)

- **বহির্ভূত পদ্ধতি** - এই পদ্ধতিতে কোন শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা পরবর্তী শ্রেণীর নিম্নসীমা হিসেবে নির্ধারণ করা হয়। এতে প্রথম শ্রেণীর উর্ধ্বসীমাকে ঐ শ্রেণীর বহির্ভূত ধরে পরবর্তী শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত করা হয়। যেহেতু এই ক্ষেত্রে শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা ঐ শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত না করে পরবর্তী শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত হয়, তাই এভাবে প্রকাশিত শ্রেণী নির্ধারণকে বহির্ভূত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাসকরণ বলা হয়।

১নং উদাহরণে বহির্ভূত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাস দেখানো হয়েছে। এই উদাহরণে কোন শ্রমিকের চাকুরীকাল ১৫ বৎসর হলে এবং তা তথ্য সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত হলে, তা তৃতীয় শ্রেণীতে গণনা না করে বরং চতুর্থ শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত ধরতে হবে।

- **অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতি** - এই পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাস দেখানোর জন্যে উচ্চ ও নিম্ন দুই প্রান্তিকসীমা একই শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত ধরা হয়। এখন গণসংখ্যা বিন্যাসের সময় শ্রেণীগুলি যদি এমনভাবে প্রকাশ করা হয় যাতে একটি শ্রেণীর নিম্নসীমা এবং উর্ধ্বসীমা নির্দেশক সংখ্যাগুলো একই শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত হয়, তখন শ্রেণীসীমা নির্ধারণের এই পদ্ধতিকে অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাসকরণ বলা হয়।

এখন উদাহরণের সাহায্যে দেখা যাক্ অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাস কীভাবে করা হয়। ১নং উদাহরণে দেওয়া তথ্য সমষ্টিকে যদি অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে গণসংখ্যা নিবেশনে প্রকাশ করে দেখানো

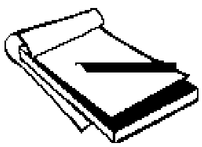
হয়, তবে তা নিচে উদাহরণ-৩ এর মত হবে। অর্থাৎ নিচে উদাহরণ ১ এর তথ্যসমগ্রক দিয়ে অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাসকরণ করা হল।

উদাহরণ-৩ : মনে করুন ১০ জন শ্রমিকের চাকুরীর মেয়াদকাল ৩, ৬, ৮, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৭, ১৮, ২৪। এই সারি দিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করা হলো

শ্রেণীসীমা	গণসংখ্যা
০ - ৪	১
৫ - ৯	২
১০ - ১৪	৪
১৫ - ১৯	২
২০ - ২৪	১

উদাহরণ-৩ ঃ অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাসকরণ

এই ক্ষেত্রে দুইজন শ্রমিক যাদের চাকুরীর মেয়াদকাল ৫ বৎসর এবং ৯ বৎসর, দুইজনকেই দ্বিতীয় শ্রেণী সীমার অন্তর্ভুক্ত করতে হবে। উল্লেখ্য যে, কোন শ্রমিকের চাকুরীর সময় কাল ৪.৫ বৎসর হলে সে এই পদ্ধতিতে কোন শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত হবে না। এইরকম পরিস্থিতিতে অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাস করা ঠিক হয় না।



অনুশীলন
শ্রেণীবিন্যাসের বহির্ভূত পদ্ধতি ও অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতির মধ্যে অন্তত্তঃ তিনটি পার্থক্য নির্দেশ করুন।

সাধারণভাবে বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে বহির্ভূত পদ্ধতি এবং অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতি ব্যবহারের প্রচলন রয়েছে।

সাধারণভাবে বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে বহির্ভূত পদ্ধতি এবং অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতি ব্যবহারের প্রচলন রয়েছে। আপনার নিশ্চয়ই মনে আছে, বিচ্ছিন্ন চলক হচ্ছে সেই চলকসমূহ যাকে পূর্ণসংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়। যেমন, পরিবারের সদস্য সংখ্যা। অবিচ্ছিন্ন চলক হচ্ছে সেই চলকসমূহ যাকে ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়। যেমন, আপনার উচ্চতা বা বয়স। যেহেতু উপরের উদাহরণ-৩ এ চাকুরীর সময় সীমার কোন ভগ্ন সংখ্যা নেই, সেহেতু দু'টি পদ্ধতির যে কোনটি ব্যবহার করেই শ্রেণীবিন্যাসকরণ করা যেতে পারে। উপরের ১নং এবং ৩নং উদাহরণে নির্দিষ্ট শ্রেণীসীমা (Defined class interval) ব্যবহার করা হয়েছে। অর্থাৎ দু'ক্ষেত্রেই শ্রেণীসীমা ৫।

সীমাহীন শ্রেণীর ক্ষেত্রে প্রথম ও শেষ শ্রেণীর মধ্যমান নির্ণয় সম্ভব হয় না।

তথ্য সমগ্রকের তথ্যের মানগুলো যদি এমন হয় যে, চলকের মূল্যমানের দুই প্রান্তে দুই একটি খুব ছোট বা খুব বড় মান থাকে, সেক্ষেত্রে সীমাহীন শ্রেণী সৃষ্টি করতে হয়। সীমাহীন শ্রেণীর ক্ষেত্রে প্রথম ও শেষ শ্রেণীর মধ্যমান নির্ণয় সম্ভব হয় না। শ্রেণীর মধ্যমান নির্ণয় করার পদ্ধতি হল, মধ্যমান M হলে (এখানে মধ্যমান হলো শ্রেণীর উচ্চসীমা এবং নিম্নসীমার গড়)

$M = \frac{U+L}{2}$

u = শ্রেণীর উচ্চসীমা

L = শ্রেণীর নিম্নসীমা

সীমাবিহীন বিভিন্ন শ্রেণীর মধ্যমান নির্ণয় করা যায় না বলে, পরিসংখ্যানে এর ব্যবহার খুব কম। নিচে সীমাহীন শ্রেণী বিশিষ্ট একটি গণসংখ্যা নিবেশনের উদাহরণ দেওয়া হল।

বয়স	কর্মচারীর সংখ্যা
২৫ বৎসরের কম	১০
২৫ - ৩৫	২০
৩৫ - ৪৫	১৫
৪৫ - ৫৫	২০
৫৫ এর উর্দ্ধে	৫

উদারহণ-৪ ঃ শ্রমিকদের বয়স অনুসারে শ্রেণীবিন্যাস

উপরের গণসংখ্যা নিবেশনে প্রথম শ্রেণীতে কোন নিম্নসীমা নেই এবং শেষ শ্রেণীতে কোন উচ্চসীমা নেই। এজন্য এ দু'টিই সীমাহীন শ্রেণীর মধ্যমান নির্ণয় করা সম্ভব হবে না।

৫. টালি চিহ্ন (Tally Marks)

প্রতিটি শ্রেণীসীমার অন্তর্ভুক্ত তথ্যাদির সংখ্যাগুলোকে গণনার সুবিধার্থে প্রতিটি পর্যবেক্ষণের জন্য একটি করে খাড়া দাগ (।) দেওয়া হয়। এইভাবে দেওয়া খাড়া বা উলম্ব রেখাকেই টালি মার্ক বা চিহ্ন বলা হয়। কোন একটি শ্রেণী বিভাগে যখন পরপর চারটি টালি চিহ্নের সংখ্যা (।।।।) হয়, তখন পঞ্চম টালি চিহ্নটিকে এমনভাবে দেখান হয় যেন তা অপর চারটি টালি চিহ্নকে কোনাকুনিভাবে বা আড়াআড়িভাবে ছেদ করে। এভাবে দেওয়া পাঁচটি টালি চিহ্নকে (~~।।।।~~) একটি গুচ্ছ বলা হয়। আবার ষষ্ঠ টালি চিহ্নের জন্য আলাদা একটি গুচ্ছ তৈরি করা হয়। এভাবেই টালি চিহ্ন দেয়া হয়।

৬. গণসংখ্যা (Frequency)

প্রতিটি শ্রেণীতে টালি চিহ্ন গণনা করে শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত পর্যবেক্ষণসমূহ গণনা করা হয়। এই সংখ্যাকে প্রত্যেক শ্রেণীর গণসংখ্যা বলা হয়। ১নং উদাহরণে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণীর গণসংখ্যা যথাক্রমে ১, ২, ৪, ২ এবং ১ এবং মোট গণসংখ্যা ১০।

> প্রতিটি শ্রেণীতে টালি চিহ্ন গণনা করে শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত পর্যবেক্ষণসমূহ গণনা করা হয়।

গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকারভেদ

গণসংখ্যা নিবেশন প্রধানত দুই প্রকার। এখন এই দুই প্রকার গণসংখ্যা নিবেশন নিয়ে আলোচনা করা হবে।

১. চলকের ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন (Frequency Distribution of Variables)
২. গুনের ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন (Frequency Distribution of Attributes)

১. চলকের ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন

পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে কোন সমগ্রকের শ্রেণী বিভাগ করে গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করলে যে গণসংখ্যা নিবেশন তৈরী হয় তাকে চলক ভিত্তিক গণসংখ্যা নিবেশন বলে। কারণ কোন সমগ্রকের পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের নামই চলক। যেমন- কর্মচারীদের চাকুরীর সময় কাল, মাসিক বেতন ইত্যাদি।

চলকের ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন চার প্রকার হতে পারে

- নিরপেক্ষ গণসংখ্যা নিবেশন (Absolute Frequency Distribution)
- আপেক্ষিক গণসংখ্যা নিবেশন (Relative Frequency Distribution)
- সংযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন (Cumulative Frequency Distribution)
- আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যা নিবেশন (Cumulative Relative Frequency Distribution)

১	২	৩	৪	৫
শ্রেণীব্যাপ্তি	**নিরপেক্ষ গণসংখ্যা f**	**আপেক্ষিক গণসংখ্যা** $\frac{f}{N}$	**সংযোজিত গণসংখ্যা fc**	**আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যা** $f_{cr}=\frac{fc}{N}$
০ - ৫	১	০.১০	১	০.১০
৫ - ১০	২	০.২০	৩	০.৩০
১০ - ১৫	৪	০.৪০	৭	০.৭০
১৫ - ২০	২	০.২০	৯	০.৯০
২০ - ২৫	১	০.১০	১০	১.০০
মোট	$N=\sum f=$ ১০	$\sum f_r=$ ১.০০		

উদাহরণ-৫ ঃ চার প্রকার গণসংখ্যা নিবেশন একই উদাহরণে দেখানো হলো

গণসংখ্যা নিবেশন সর্বদা তথ্য বিশ্লেষণে সহায়ক। ৪নং- উদাহরণের দ্বিতীয় কলামে **নিরপেক্ষ গণসংখ্যা** দেখানো হয়েছে। অর্থাৎ, ১০ জন শ্রমিকের মধ্যে ৫ বছরের কম চাকুরীকালে শ্রমিকের সংখ্যা ১ জন, ৫ থেকে অধিক কিন্তু ১০ বছরের কম চাকুরীকালে শ্রমিকের সংখ্যা ২ জন। একইভাবে ২০ বছরের উর্দ্ধে কিন্তু ২৫ বছরের নিচে চাকুরীকাল আছে এইরূপ শ্রমিকের সংখ্যা ১জন।

> গণসংখ্যা নিবেশন সর্বদা তথ্য বিশ্লেষণে সহায়ক।

সংযোজিত গণসংখ্যা সাধারণত মধ্যমা, চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়।

আপেক্ষিক গণসংখ্যা উদাহরণ-৪ এর তৃতীয় কলামে দেখানো হয়েছে। এই কলামে প্রতি শ্রেণী সীমায় মোট শ্রমিকের কত অংশ রয়েছে তার উল্লেখ রয়েছে। (৪) নং কলামে **সংযোজিত গণসংখ্যা** দেখানো হয়েছে। সংযোজিত গণসংখ্যা সাধারণত মধ্যমা, চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়, যেগুলো বিস্তার পরিমাপ এর ইউনিটে রয়েছে। এখন শুধু সংযোজিত গণসংখ্যা নির্ণয় কীভাবে করা হয় তা জেনে রাখুন। কোন একটি শ্রেণী সীমার উর্ধ্বে বা নিম্নে কী পরিমাণ গণসংখ্যা রয়েছে তা জানার প্রয়োজন হলে সংযোজিত গণসংখ্যা বা ক্রম যৌগিক গণসংখ্যা ব্যবহার করা হয়। যেমন- ১৫ বছরের কম সময় চাকুরী করেছে এমন শ্রমিকের সংখ্যা জানতে চাইলে (৪) নং কলামের তৃতীয় সংখ্যা থেকে জানা যাবে যে, ১৫ বছরের কম চাকুরীর সময় সীমায় মোট ১০ জন শ্রমিকের মধ্যে ৭ জন শ্রমিক রয়েছে। এটি ২নং কলামের নিরপেক্ষ গণসংখ্যা প্রথম শ্রেণী থেকে ক্রমান্বয়ে যোগ করে পাওয়া যায়।

সংযোজিত গণসংখ্যাকে মোট শ্রমিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে আপনি আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যাটি পেতে পারেন।

পঞ্চম কলামে প্রতিটি শ্রেণীতে **আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যা** দেওয়া হয়েছে। কোন বিশেষ সীমার উর্ধ্বে বা নিম্নে মোট শ্রমিকদের কত অংশ রয়েছে তা জানার জন্য আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যা ব্যবহার করা হয়। চতুর্থ কলাম অর্থাৎ সংযোজিত গণসংখ্যাকে মোট শ্রমিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে আপনি আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যাটি পেতে পারেন। মনে করুন, আলোচ্য উদাহরণ থেকে আপনি ১০ বছরের কম চাকুরীর সময়সীমার মধ্যে মোট শ্রমিকের কত অংশ রয়েছে তা জানতে চান। এখন আপনাকে যা করতে হবে তাহলো, আপনি জানেন ১০ বছর সময়সীমার কম চাকুরীরত শ্রমিক সংখ্যা ৩ জন। এখন এই তিন সংখ্যাকে মোট শ্রমিক সংখ্যা ১০ দিয়ে ভাগ করেই আপনি পেয়ে যাবেন আপেক্ষিক সংযোজিত গণসংখ্যা যা ০·৩০।

২. *গুণের ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন (Frequency Distribution by Attributes)*

কোন তথ্য সারিকে গুণ অনুসারে বন্টন করাকে গুণ ভিত্তিক গণসংখ্যা নিবেশন বলে।

পরিমাণগত বৈশিষ্ট্য ছাড়াও তথ্য সমগ্রকের গুণ অনুসারে গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করা যেতে পারে। কোন তথ্য সারিকে গুণ অনুসারে বন্টন করাকে গুণ ভিত্তিক গণসংখ্যা নিবেশন বলে। পেশা বা মেধার ভিত্তিতে জনসমগ্রককে গুণভিত্তিক গণসংখ্যা নিবেশনে প্রকাশ করা যেতে পারে। মনে করুন, দশটি পরিবারের সদস্যরা বিভিন্ন পেশার সাথে জড়িত রয়েছেন। তাদের এই পেশাগুলো যেমন- ব্যবসা, কৃষি, কৃষি, ব্যবসা, কৃষি, চাকুরী, চাকুরী, দিন মজুর, কৃষি, দিন মজুর। এই তথ্যসমগ্রকের রাশিগুলোর গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি করলে আপনি নিচের গণসংখ্যা নিবেশনটি পাবেন।

পেশা	গণসংখ্যা
ব্যবসা	২
কৃষি	৪
চাকুরী	২
দিন মজুর	২
মোট	১০

উদাহরণ-৬ ঃ গুণ ভিত্তিক গণসংখ্যা নিবেশনের উদাহরণ

আপনি এতক্ষণ জানলেন গণসংখ্যা নিবেশন ও তার প্রকারভেদ এবং গণসংখ্যা নিবেশন তৈরির কৌশল। এখন আরও একটি উদহরণ দিয়ে গণসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করার উপায় জেনে নেওয়া যাক।

উদাহরণ ঃ নিচে দশজন ছাত্রের পরিসংখ্যান পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হল। এই নম্বরগুলো ৪৬, ৫৩, ৫৪, ৫৬, ৫৮, ৫৭, ৫৯, ৬৩, ৬৪, ৬৯। উপযুক্ত শ্রেণী সীমা সহকারে একটি গণসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করুন।

সমাধান ঃ উপরের অবিন্যস্ত তথ্যের দশটি রাশি আছে। তার মধ্যে ন্যূনতম সংখ্যা ৪৬ এবং বৃহত্তম সংখ্যা ৬৯। উভয় সীমা বাড়িয়ে সুবিধামত সংখ্যা ধরলে পরিসর হয় ৪৫ থেকে ৭০। সুতরাং পরিসর (R)=৭০-৪৫= ২৫। Struge's Rule ব্যবহার করে আপনি K (Number of class interval) সম্পর্কে ধারণা করতে পারেন।

Struge Rule অনুসারে,

$$K = 1+3.322 \log_{10} N$$
$$= 1+3.322 \log_{10} 10$$
$$= 1+3.322 \times (1)$$
$$= 4.322$$

(এখন শ্রেণীসংখ্যা কখনই ভগ্নাংশে অর্থাৎ 4.322 হতে পারে না। এমতাবস্থায় পরবর্তী পূর্ণ সংখ্যাকে শ্রেণীসংখ্যা হিসাবে ধরতে হয়।)

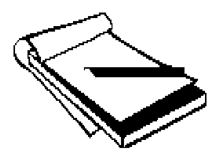
সুতরাং এই উদাহরণে শ্রেণীসংখ্যা = 5

দশজন ছাত্রের নম্বর অনুসারে বহির্ভূত পদ্ধতিতে গণসংখ্যা বিন্যাস নিম্নরূপে লেখা যায় -

শ্রেণী	টালি চিহ্ন	ছাত্রের সংখ্যা
৪৫-৫০	I	১
৫০-৫৫	II	২
৫৫-৬০	IIII	৪
৬০-৬৫	II	২
৬৫-৭০	I	১

অনুশীলন

১২ জন ছাত্রের বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের সাহায্যে উপযুক্ত শ্রেণীসীমা সহ একটি গণসংখ্যা বিন্যাস তৈরি করুন। নম্বরগুলি — ৪৫, ৬০, ৫৭, ৩৭, ৬২, ৫৩, ৪৪, ৪৮, ৫৪, ৪১, ৩৯, ৪৭।



সারাংশ

গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করা পরিসংখ্যান কাজের একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ। গণসংখ্যা নিবেশন কী, বিভিন্ন প্রকার গণসংখ্যা নিবেশন, গণসংখ্যা নিবেশন তৈরির বিভিন্ন পদক্ষেপ এই পাঠে আলোচনা করা হয়েছে। এর পরবর্তী পাঠ হলো সারণীবদ্ধকরণ।

- **পাঠোত্তর মূল্যায়ন**
- **গাণিতিক সমস্যা**

১. কোন একটি শিল্প কারখানার ১০০ জন শ্রমিকের দৈনিক বেতনের হিসাব নিচে দেওয়া হল।

১২৫,	১৩৬,	১৪০,	১৩৯,	১৪১,	১৪৫,	১৪৭,	১৬০,	১৬২,	১৬৮
১১০,	১২৭,	১৪০,	১৬০,	১২৯,	১৬৫,	১৪৫,	১১৯,	১৭৬,	১৬৮
১২৪,	১১৩,	১২১,	১৭০,	১৭৪,	১৩৬,	১৩৯,	১৫২,	১২৮,	১৪৭
১৭৩,	১৪৪,	১৬২,	১০৯,	১৩৮,	১৬৭,	১২৫,	১৫৬,	১৯২,	১৩৭
১৪৪,	১৫১,	১৩১,	১৮৭,	১৪৯,	১৪১,	১২৬,	১৩২,	১৪৬,	১৩৪
১১২,	১২৭,	১৫৫,	১৮৬,	১৪১,	১৫৫,	১৭৫,	১৮১,	১৪৬,	১৪৭
১৩৩,	১৪২,	১১৭,	১৯৫,	১৭৭,	১২২,	১৫৭,	১৪০,	১৪৩,	১৩৫
১৯৩,	১০৩,	১০৪,	১৫১,	১১৫,	১৬৯,	১৫৩,	১৪৭,	১১৬,	১৬৬
১৪৬,	১৩০,	১২০,	১৪২,	১০৭,	১৩৪,	১৫৯,	১৭৮,	১৬২,	১৪৮
১৪৮,	১৫৮,	১৩৬,	১৮২,	১৫৭,	১৬৭,	১৩৭,	১৩৮,	১৪২,	১৫৬

উপযুক্ত শ্রেণী সীমা সহকারে একটি গণসংখ্যা বিন্যাস প্রস্তুত করুন। প্রশ্ন অনুসারে তথ্য রাশিটিকে কয়টি শ্রেণীতে বিভক্ত করবেন?

ক. ৬টি
খ. ৭টি
গ. ৮টি
ঘ. ১০টি

২. গণসংখ্যা নিবেশন কাকে বলে?
নিচে একটি কারখানায় ৫০ জন শ্রমিকের দৈনিক মজুরী (টাকা) দেওয়া হল।

৫৮	৫৯	৬০	৫৭	৫৬	৫৭	৫৮	৫৮	৫৭	৫৬
৫৯	৬০	৬৫	৬৭	৭০	৬৮	৫৯	৫৮	৫৭	৫৫
৫৪	৫৪	৫৫	৫৩	৪৮	৫৯	৫৫	৫৭	৫৮	৬০
৫৮	৫৯	৫৭	৫৯	৫৮	৬০	৫৫	৪৯	৭০	৫২
৫৮	৫৬	৫৪	৫৬	৫৯	৫৬	৫৬	৫৭	৫৭	৫৮

উপযুক্ত শ্রেণীসীমা সহকারে একটি গণসংখ্যা বিন্যাস প্রস্তুত করুন।

- **রচনামূলক প্রশ্ন**

৩. গণসংখ্যা নিবেশনের বিবেচ্য বিষয়সমূহ আলোচনা করুন।

৪. গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকারভেদ ব্যাখ্যা করুন।

৩. টিকা লিখুন —
- শ্রেণী ব্যাপ্তি,
- শ্রেণী সংখ্যা,
- গুণের ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন।

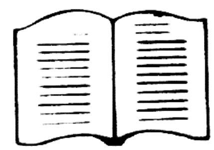
পাঠ -৩ : সারণীবদ্ধকরণ

পাঠের উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি —

- সারণীবদ্ধকরণ কী তা বলতে পারবেন
- সারণীবদ্ধকরণের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- সারণীর বিভিন্ন অংশের বর্ণনা দিতে পারবেন
- সারণীর প্রকারভেদ চিহ্নিত করতে পারবেন
- সারণী প্রস্তুতকরণের নিয়মাবলী বর্ণনা করতে পারবেন
- সবশেষে আপনি নিজেই সারণী তৈরী করতে পারবেন।

সারণীবদ্ধকরণ (Tabulation)



আমরা যে তথ্য সংগ্রহ করি, তা খুব সুবিন্যস্তভাবে সাজানো থাকে এমন নয়। সর্বদা তথ্যগুলো এলামেলোভাবে ছড়ানো ছিটানো থাকে। এই এলোমেলোভাবে ছড়িয়ে ছিটিয়ে থাকা তথ্য থেকে প্রথমেই প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করা হয়। গৃহীত এই তথ্য প্রাথমিক অবস্থায় থাকে অবিন্যস্তভাবে। এই অবিন্যস্ত পরিসংখ্যান তথ্য সংক্ষিপ্তভাবে শ্রেণীবদ্ধ করে উপস্থাপনের একটি গুরুত্বপূর্ণ পদ্ধতি হচ্ছে সারণীবদ্ধকরণ। এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত তথ্যরাশিকে বিশ্লেষণের সুবিধার জন্য একটি সুবিন্যস্ত সারণীর মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। তথ্যের বৈশিষ্ট্য সঠিকভাবে ফুটিয়ে তোলাই এর উদ্দেশ্য। অর্থাৎ সারণীবদ্ধকরণ হচ্ছে তথ্য উপস্থাপনের প্রাথমিক এবং গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ। তাহলে আসুন দেখা যাক সারণীবদ্ধকরণের প্রয়োজনীয়তাগুলো কী।

> সংগৃহীত তথ্যকে বিধিবদ্ধ নিয়ম অনুসারে সারণীতে উপস্থাপন করাকে সারণীবদ্ধকরণ বলা হয়।

সারণীবদ্ধকরণের প্রয়োজনীয়তা

কোন একটি উদ্দেশ্য অর্জনের জন্যই (ধরুন, একটা উদ্দেশ্য হতে পারে বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্রদের জীবন যাত্রার মান নির্ণয়) পরিসংখ্যান তথ্য সংগ্রহ করা হয়। তথ্যের সারণীবদ্ধকরণের ফলে উদ্দেশ্য অর্জন সহজ হয়। যেমন - ছাত্রদের কে কত টাকা মাসিক খরচ করে এটা নির্ণয় করতে গিয়ে সারণী তৈরী করা হলো। সারণীতে এমন হতে পারে মাসিক ১,০০০ টাকার নিচে শতকরা ১০ ভাগ ১,০০০ থেকে ২,০০০ টাকার ভিতর ৭০ ভাগ এবং ২,০০০ টাকার উপরে বাকী ২০ ভাগ ছাত্র মাসিক ব্যয় করে থাকেন। কাজেই এখানে সারণীবদ্ধকরণের ফলে ছাত্রদের মাসিক খরচের একটা স্পষ্ট ধারণা এবং ছাত্ররা কোন শ্রেণীর অর্থনৈতিক অবস্থায় আছ তা বুঝা যায়।
এছাড়াও পরিসংখ্যান তথ্য সমূহকে সারণীবদ্ধকরণের প্রয়োজনীয়তাগুলো নিচে দেয়া হলো,

> তথ্যের সারণীবদ্ধকরণের ফলে উদ্দেশ্য অর্জন সহজ হয়।

- সারণীবদ্ধকরণ তথ্য উপস্থাপন কাজকে সহজ করে
- তথ্য সমূহের পারস্পরিক তুলনার পথ সহজ করে
- সারণীর বিভিন্ন অংশ আলোচনার মাধ্যমে সারণী সম্পর্কে একটি সম্যক ধারণা লাভ করা সম্ভব হয়
- তথ্য রাশি সংগঠনে কোন ক্রটি থাকলে তা সংশোধনে সহায়তা করে
- তথ্য সমূহের বিশ্লেষণে সহায়তা করে
- সারণীতে উপস্থাপিত তথ্য সম্পর্কে সিদ্ধান্ত গ্রহণ সহজ হয়

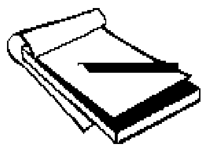
আসুন তাহলে দেখা যাক্ সারণীবদ্ধকরণ কী? মনে করুন, কোন নির্দিষ্ট শ্রেণীতে ১০০ জন ছাত্র-ছাত্রী আছেন। ঐ সকল ছাত্র-ছাত্রীদের কে কোন বিভাগ থেকে এসেছেন এবং প্রতি বিভাগে কতজন ছাত্র এবং কতজন ছাত্রী সে অনুযায়ী সাজানো হলো।

বিভাগ	ছাত্র-ছাত্রী		মোট ছাত্র-ছাত্রী
	ছাত্র	ছাত্রী	
ঢাকা	২০	৫	২৫
চট্টগ্রাম	১৮	৪	২২
রাজশাহী	১২	৩	১৫
খুলনা	১৬	৪	২০
বরিশাল	১৪	৪	১৮
মোট	৮০	২০	১০০

উদাহরণ-১ ঃ বিভাগ এবং ছাত্র-ছাত্রী অনুসারে সাজিয়ে কোন শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে অধ্যায়নরত ১০০ জন ছাত্রী-ছাত্রীর সারণী

উপরের সারণী থেকে কোন্ বিভাগ থেকে কতজন ছাত্র কতজন ছাত্রী, মোট ছাত্র ছাত্রীর সংখ্যা, মোট ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে কতজন ছাত্র, কতজন ছাত্রী উক্ত প্রতিষ্ঠানে অধ্যয়ন করছেন তা সহজে বলতে পারা যায়। এইভাবে সারণীতে উপস্থাপিত তথ্য সহজে বিশ্লেষণ করা যায়। তাহলে দেখা যাচ্ছে যখন ঐ প্রতিষ্ঠানের ছাত্র-ছাত্রীদের তথ্য সংগ্রহ করা হলো তখন তা ছিল অবিন্যস্ত। অর্থাৎ আপনি জানতেন যে ১০০ জন ছাত্র-ছাত্রী বিভিন্ন বিভাগ থেকে ঐ প্রতিষ্ঠানে পড়াশুনা করছেন। সারণীবদ্ধ করার পর আপনি আপনার কাংখিত উদ্দেশ্য অর্জন করতে সক্ষম হলেন। অর্থাৎ কোন বিভাগে কতজন তা জানতে পারলেন।

সারণীতে উপস্থাপিত তথ্য সহজে বিশ্লেষণ করা যায়।



অনুশীলন
কোন এক বৎসরের বার্ষিক পরীক্ষায় একটি স্কুলে ৬ষ্ঠ থেকে ১০ম শ্রেণী পর্যন্ত মোট ১,২০০ ছাত্র গণিতে পাশ করেছে এবং ৩০০ জন ফেল করেছে। প্রয়োজনীয় কাল্পনিক তথ্যের সাহায্যে একটি সারণী প্রস্তুত করুন।

সারণীর প্রধান অংশ

প্রত্যেক সারণীকে কয়েকটি অংশে বিভক্ত করা যায়। একটি সারণীতে কতগুলো অংশ থাকবে তা ঐ সারণীতে কতগুলো বৈশিষ্ট্য সংযোজন করা হবে তার উপর নির্ভর করে। তবে সাধারণভাবে প্রকাশিত সারণীর প্রধান অংশগুলি নিম্নরূপ,

১. সারণী সংখ্যা (Table Number)

কোন কোন জরিপ কাজ বা তথ্যানুসন্ধানের জন্য অনেকগুলি সারণী প্রস্তুত করতে হয়। প্রত্যেকটি সারণীকে যথার্থভাবে সনাক্ত করার জন্য প্রত্যেকটিকে একটি সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করতে হয়। সাধারণত এই সংখ্যা সারণীর উপরের কেন্দ্রস্থলে শিরোনামের উপরে লেখা হয়। কোন কোন সময় এই সংখ্যা সারণীর নীচের দিকে বাম পাশেও লেখা হয়ে থাকে। তবে এর কোন বাঁধাধরা নিয়ম নেই। প্রকৃতপক্ষে এটি সারণীর কোন অংশ নয়। তবে সারণী চিহ্নিতকরণের জন্য এই সংখ্যার প্রয়োজন রয়েছে। উদাহরণ ঃ ২ এ *সারণী সংখ্যা-১* চিহ্নিত স্থানটি সারণী সংখ্যা লিখবার একটি নমুনা।

২. সারণীর শীর্ষনাম (Title of the Table)

প্রত্যেক সারণীর একটি বিষয়বস্তুভিত্তিক সংক্ষিপ্ত ও সুস্পষ্ট শীর্ষনাম থাকা উচিত।

প্রত্যেক সারণীর একটি বিষয়বস্তুভিত্তিক সংক্ষিপ্ত ও সুস্পষ্ট শীর্ষনাম থাকা উচিত। শীর্ষনাম এমন হওয়া উচিত যেন সারণীতে উপস্থাপিত তথ্য সম্পর্কে একটি সঠিক ধারণা লাভ করা যায়। অনেক সময় সারণীর শীর্ষে, উপ শীর্ষ নাম (sub-title) ব্যবহার করা হয়। উদাহরণ ঃ ২ এ '*শীর্ষনাম*' ও '*উপ-শীর্ষনাম*' চিহ্নিত স্থানটিতে এই দুটি লিখা হয়।

৩. কলাম শিরোনাম বা ক্যাপসান (Head or caption)

সারণীর বিভিন্ন কলামে স্থাপিত তথ্যের বিবরণকে কলাম শিরোনাম বা ক্যাপসান বলা হয়। এই বিবরণ সংক্ষিপ্ত আকারে দেওয়া হয়। যখন উপ-কলাম ব্যবহার করা হয় তখন উপ-শিরোনাম ব্যবহার করা হয়।

৪. মূল বর্ণনা বা স্টাব (Stub)

এটি কোন সারণীর বাম সীমানায় উল্লিখিত তথ্যের বিবৃতিমূলক বর্ণনা। স্টাবের দুইটি অংশ, স্টাব শীর্ষ এবং স্টাব বিবৃতি। স্টাব শীর্ষ হচ্ছে স্টাবের অন্তর্ভূক্ত বৈশিষ্ট্যগুলির বর্ণনা। স্টাব বিবৃতিগুলো উপাত্তের শ্রেণী বিভাগের সত্যিকারের পরিসীমাগুলি বুঝায়। সাধারণত সারণীর প্রথম কলাম বা বাদিক থেকে লেখা এই মূল বর্ণনা। নিচে একটি আংশিক সারণীর মাধ্যমে আপনি সহজে এটা বুঝতে পারবেন।

	বয়স	জনসংখ্যা
স্টাব শীর্ষ		
	০ - ১০	৫০
স্টাব বিবৃতি	১০ - ২০	৪০
	২০ - ৪০	১১০

৫. বিষয়বস্তু (Content)

এটি সারণীতে উপস্থাপিত পরিসংখ্যান উপাত্ত বা তথ্য। এই উপাত্ত শ্রেণীবদ্ধভাবে দেখানো হয়। সারণী এই তথ্য রাশিকে দেহে ধারণ করে রাখে।

৬. পাদটীকা (Footnote)

সারণীতে কোন বিশেষ বিষয়ে ব্যাখ্যা দেয়ার প্রয়োজন হলে সেটিকে চিহ্নিত করে সারণীর নিচে যে টীকা লেখা হয় তাকে পাদটীকা বলা হয়। তথ্যের ব্যবহার সম্পর্কে সতর্কতা, সীমাবদ্ধতা, এর প্রক্রিয়া পদ্ধতি, ত্রুটি প্রভৃতি বিষয়ে পাদটীকা দেয়ার প্রয়োজন হয়। অর্থাৎ মনে করুন এমন একটি জটিল বিষয় সারণীতে অন্তর্ভুক্ত করা হলো যা সম্পর্কে ছাত্রের আদৌ কোন ধারণা ছিল না, তখন এ জটিল বিষয়ের বর্ণনা পাঠের নিচে দেওয়া হলে তাকে পাদটিকা বলে।

জটিল বিষয়ের বর্ণনা পাঠের নিচে দেওয়া হলে তাকে পাদটিকা বলে।

৭. উৎসটীকা (Source note)

সারণীতে উপস্থাপিত তথ্য প্রাথমিক পদ্ধতিতে সংগৃহীত না হলে তথ্যের উৎস সম্পর্কে বর্ণনামূলক টীকা দেয়া প্রয়োজন। এটিকে উৎস টীকা বলা হয়। উৎস টীকায় তথ্যের উৎস সম্পর্কে যাবতীয় তথ্য সংযোজিত হওয়া বাঞ্ছনীয়। তথ্যের যথার্থতা নির্ণয়ে এবং প্রয়োজনে মূল তথ্য অনুসন্ধানে উৎস টীকা বিশেষভাবে সহায়ক।

আসুন তাহলে তথ্য শূন্য একটি ফাঁকা কাল্পনিক সারণীর বিভিন্ন অংশগুলো কী তা নিচের উদাহরণের সাহায্যে দেখা যাক।

সারণীর সংখ্যা
শীর্ষনাম
উপ-শীর্ষনাম

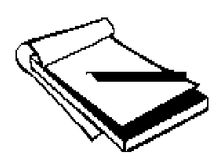
স্টাব শীর্ষ (Stub Head)	কলাম শিরোনাম (Caption)	
	উপ কলাম শিরোনাম (Sub-Caption)	উপ-কলাম শিরোনাম (Sub-Caption)
স্টাব বিবৃতি	বিষয়বস্তু (Subject)	বিষয়বস্তু (Subject)

পাদটীকা ঃ

উৎসটীকা ঃ

উদাহরণ-২ ঃ তথ্য শূন্য সারণীর বিভিন্ন অংশের উদাহরণ

অনুশীলন
কোন একটি কারখানায় পুরুষ ও মহিলা শ্রমিক কাজ করেন। তাদের কর্ম দক্ষতার ভিন্নতার কারণে মাসিক মজুরী ভিন্ন। পুরুষ ও মহিলা ভেদে আনুমানিক বিভিন্ন ধরনের মজুরী অনুসারে একটি সারণী প্রস্তুত করুন। এইক্ষেত্রে উৎস টীকার দরকার আছে কি? কেন? (অনুর্ধ্ব ২৫০ শব্দ)



মনে রাখবেন, সারণীতে উপস্থাপিত তথ্য যেন সহজে বোধগম্য হয় এবং বর্ণিত বিষয়গুলি সহজে ধরা পড়ে। এছাড়া যথাসম্ভব সরল ও সহজভাবে সংক্ষিপ্ত কলেবরে সারণী প্রকাশ করা উচিত। সর্বোপরি সারণীতে প্রকাশিত তথ্য যেন পরিসংখ্যান বিশ্লেষণের সহায়ক হয়। আসুন এখন দেখা যাক এই সারণী কত প্রকার এবং এই প্রকারভেদ কেন প্রয়োজন?

সারণীর প্রকারভেদ (Types of Table)

সারণী প্রস্তুতের উদ্দেশ্য এবং সারণীতে উপস্থাপিত তথ্যের উপর ভিত্তি করে সারণীর শ্রেণী বিভাগ করা হয়। সারণী অনেক প্রকারের হতে পারে। আসুন আমরা প্রথমে কয়েক প্রকারের সারণী সম্পর্কে সাধারণ আলোচনার মাধ্যমে জেনে নেই।

১. *মূল বচন সারণী (Text or Summary Table)*

মূল বচন সারণী গবেষণার নির্দিষ্ট বিষয়কে আকর্ষণীয়ভাবে উপস্থাপন করতে সাহায্য করে।

কোন গবেষণা কাজের নির্দিষ্ট বিষয়কে আকর্ষণীয় ভাবে উপস্থাপনের জন্য যে সারণী প্রস্তুত করা হয় তাকে মূলবচন সারণী বলে। এই সারণী সাধারণত প্রতিবেদনের মূল অংশের গুরুত্বপূর্ণ স্থানে প্রদর্শিত হয়। তথ্যানুসন্ধানের বিশেষ বিষয় সম্বন্ধীয় তথ্যাদি এতে স্থান পায়। এই সারণী সংশ্লিষ্ট তথ্যের গড়, অনুপাত, শতকরা হার প্রভৃতি উপায়ে সাজানোর মাধ্যমে প্রস্তুত করা হয়। এই প্রকার সারণীর বিষয়বস্তুর উপর ভিত্তি করে পরিসংখ্যান সিদ্ধান্ত গৃহীত হয়।

২. *নির্দেশনা সারণী (Reference Table)*

প্রয়োজনীয় তথ্যকে একত্রিত করে সাজিয়ে রাখতে নির্দেশনা সারণী সাহায্য করে।

নির্দেশনা বা সাধারণ ব্যবহারের উদ্দেশ্যে যে সারণী প্রস্তুত করা হয় তাকে নির্দেশনা সারণী বলে। এই সমস্ত সারণী প্রকাশিত পুস্তক বা প্রতিবেদনের পরিশিষ্টতে (Appendix) সন্নিবেশিত হয়। এই প্রকার সারণীর বিষয়বস্তু দলিল হিসাবে রাখার জন্য বা ভবিষ্যতে ব্যবহারের জন্য প্রস্তত করা হয়। প্রয়োজনমত কাজে লাগানোর জন্য মোটামুটিভাবে তথ্যাদি একত্র করে সারণী আকারে সাজিয়ে রাখা নির্দেশনা সারণীর প্রধান উদ্দেশ্য ও লক্ষ্য।

৩. *সরল সারণী (Simple Table)*

সরল সারণীর তথ্যরাশি একটি মাত্র বৈশিষ্ট্যের অধিকারী।

যে সকল সারণীতে তথ্যরাশি গুলি একটি মাত্র বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে প্রকাশ করা হয় তাকে সরল সারণী বলে। একটি সরল সারণীর উদাহরণ নিচে দেখানো হলো।

শ্রেণী	ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা
প্রথম	২০
দ্বিতীয়	৭০
তৃতীয়	১০
মোট	১০০

উদাহরণ ৩ ঃ একটি সরল সারণী

৪. *জটিল সারণী (Complex Table)*

জটিল সারণীর তথ্যরাশি একাধিক বৈশিষ্ট্যের অধিকারী হয়।

যে সারণীতে রাশি তথ্যগুলি দুই বা ততোধিক বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে সাজিয়ে প্রদর্শিত হয় তাকে জটিল সারণী বলে। নিচের সারণীতে বিভিন্ন বিভাগ থেকে আগত ছাত্র ছাত্রীদের তাদের মেধানুসারে সাজিয়ে একটি জটিল সারণী দেখানো হলো।

বিভাগ ভিত্তিক ছাত্র-ছাত্রীদের মেধার সারণী

বিভাগ	ছাত্র ছাত্রী					
	ছাত্র			ছাত্রী		
	১ম শ্রেণী	২য় শ্রেণী	মোট	১ম শ্রেণী	২য় শ্রেণী	মোট
ঢাকা	১০	২৫	৩৫	২	৫	৭
চট্টগ্রাম	৭	৮	১৫	১	২	৩
রাজশাহী	৩	৭	১০	১	২	৩
খুলনা	৪	৮	১২	১	৩	৪
বরিশাল	২	৬	৮	১	২	৩
মোট	২৬	৫৪	৮০	৬	১৪	২০

উদাহরণ ৪ ঃ একটি জটিল সারণী

সারণী প্রস্তুতকরণের সাধারণ নিয়মাবলী

তথ্য বিশ্লেষণের সুবিধার্থে সারণীবদ্ধকরণ একটি গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ। তবে সারণী তৈরীর কোন সুনির্দিষ্ট নিয়ম নেই। তাই বলে যেনতেনভাবে কলাম ও সারণী বিন্যাস করলেই সারণী গঠিত হয়না। সারণী গঠনের জন্য প্রণেতার যথেষ্ট দক্ষতা ও নৈপুণ্যের প্রয়োজন হয়। সারণী প্রণেতা সারণীতে কি তথ্য উপস্থাপন করতে চান সে সম্পর্কে তাঁর স্পষ্ট ধারণা থাকতে হবে। সারণী অর্থবোধক হতে হবে। এমন করে সারণী গঠন করতে হয় যেন স্বল্প পরিসরে তথ্যাদি পরিস্কার ভাবে উপস্থাপন করা সম্ভব হয়। তাই সারণী প্রস্তুত করার সময় আপনাকে নিম্নলিখিত সাধারণ নিয়ম মেনে চলতে হবে।

এমন করে সারণী গঠন করতে হয় যেন স্বল্প পরিসরে তথ্যাদি পরিস্কার ভাবে উপস্থাপন করা সম্ভব হয়।

- সারণী যথাসম্ভব সহজ হওয়া উচিত। একই সারণীতে অনেক তথ্যের সমাহার সারণী প্রস্তুতিতে জটিলতার সৃষ্টি করে।
- প্রত্যেক সারণীর একটি উপযুক্ত শীর্ষনাম থাকা উচিত। শীর্ষনামটি যেন সারণীতে উপস্থাপিত তথ্যের একটি সাধারণ ধারণা দিতে পারে, এমন হওয়া উচিত।
- সারণী প্রস্তুতকরণে সমন্বয় এবং সামঞ্জস্য থাকা উচিত। বিভিন্ন কলামের আকৃতির পরিমাণ এমনভাবে সমন্বয় করা উচিত যেন সারণীর দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের মধ্যে সাদৃশ্য অনুপাত থাকে। ব্যবহৃত কলামগুলো যেন ভিন্ন ভিন্ন প্রস্থ এবং দৈর্ঘ্য সম্বলিত না হয় সেদিকে দৃষ্টি রাখা উচিত।
- সারণীতে ব্যবহৃত পরিমাপ একক (unit of measurement) সুস্পষ্ট ভাবে উল্লেখ করা উচিত। লক্ষ্য রাখতে হবে যেন একই কলামে একই প্রকৃতির একক ব্যবহার করা হয়। সরাসরিভাবে তুলনীয় তথ্যগুলি তুলনার সুবিধার্থে পাশাপাশি কলামে উপস্থাপন করা উচিত।
- সারণীতে অন্তর্ভুক্ত বৈশিষ্ট্যগুলোর বর্ণনা সুস্পষ্ট হওয়া বাঞ্ছনীয়।
- তথ্যের গুরুত্ব অনুসারে তথ্য রাশিকে সাজিয়ে লেখা উচিত। যতটুকু সম্ভব জটিলতা পরিহার করার জন্য তথ্যসমূহকে তথ্যের গুরুত্ব অনুসারে সাজিয়ে লেখা উচিত।
- সারণীর আয়তন খুব বড় হওয়া উচিত নয়। সারণী এমন হওয়া উচিত যেন সারণীটি দেখে, পাঠকের পক্ষে সমস্ত বিষয় সম্পর্কে সহজে একটি ধারণা করা সম্ভব হয়।
- মূল বর্ণনার বিবৃতিগুলি (Stub entries) তথ্যের বৈশিষ্ট্যের গুরুত্বের ক্রম অনুসারে সাজিয়ে লেখা উচিত।

তাহলে আপনি দেখতে পারছেন যে, সারণীবদ্ধকরণে কোন বাঁধাধরা নিয়ম নেই। গবেষণার উদ্দেশ্য এবং তথ্যের উপযুক্ততার ভিত্তিতে এবং উল্লিখিত সতর্কতা গুলি অবলম্বন করে সারণীবদ্ধকরণ করা উচিত। আসুন তাহলে দু'টি সহজ উদাহরণের মাধ্যমে বিষয়টিকে আরও সহজ করে উপস্থাপন করা যাক।

গবেষণার উদ্দেশ্য এবং তথ্যের উপযুক্ততার ভিত্তিতে সারণীবদ্ধকরণ করা উচিত।

উদাহরণ-৫ ঃ কোন একটি শিল্প কারখানায় নিয়োজিত শ্রমিকদের নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে বিভিন্ন শ্রেণীতে বিভক্ত করা হল।

লিঙ্গ	ঃ	পুরুষ, মহিলা
বেতনক্রম	ঃ	২,০০০ টাকার কম
		২,০০০-৪,০০০ টাকার ভিতর
		৪,০০০ টাকার অধিক
বৎসর	ঃ	১৯৯২, ১৯৯৩

সমাধান ঃ নিচে লিঙ্গ, বেতনক্রম এবং বৎসর অনুযায়ী কর্মচারীদের একটি শূন্য সারণীতে সাজানো হলো।

বৎসর	লিঙ্গ	বেতনক্রম			মোট
		২,০০০ টাকার কম	২,০০০ - ৪,০০০ টাকার ভিতর	৪,০০০ টাকার অধিক	
১৯৯২	পুরুষ	-	-	-	-
	মহিলা	-	-	-	-
	মোট	-	-	-	-
১৯৯৩	পুরুষ	-	-	-	-
	মহিলা	-	-	-	-
	মোট	-	-	-	-
সর্বমোট		-	-	-	-

অনুশীলন

নিচে প্রদত্ত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে একটি ব্যাংকের কর্মচারীদের বিভাজন প্রকাশ করার জন্য একটি শূন্য সারণীর (Blank Table) খসড়া তৈরী করুন।

লিঙ্গ ঃ পুরুষ, মহিলা
তিনটি ক্রম ঃ অফিসার, তৃতীয় শ্রেণী ও চতুর্থ শ্রেণীর কর্মচারী
দুইটি কাল ঃ ১৯৯১, ১৯৯২
বয়সের তিনটি বিভাগ ঃ ৩০ বৎসরের কম, ৩০ থেকে ৪৫ বৎসর, ৪৫ বৎসরের অধিক

উদাহরণ-৬ ঃ নিম্নলিখিত তথ্য একটি উপযুক্ত সারণীতে প্রকাশ করুন।

১৯৯২ সালে একটি শিল্প কারখানায় মোট ২,০০০ জন শ্রমিকের মধ্যে ১,৫৪০ জন একটি ট্রেড ইউনিয়নের সদস্য ছিলেন। ঐ প্রতিষ্ঠানে নিযুক্ত মহিলা শ্রমিকের সংখ্যা ছিল ২৫০ জন। মহিলাদের মধ্যে ২০০ জন ট্রেড ইউনিয়নের সদস্য ছিলেন না।

১৯৯৩ সালে উক্ত কারখানার শ্রমিক সংখ্যা কমে দাঁড়ায় ১,৮০০ জন। এর মধ্যে ১,৬০০ জন ছিলেন পুরুষ। এর মধ্যে ট্রেড ইউনিয়নের সদস্য নয় এমন শ্রমিক ছিলেন ৩৮২ জন। এদের মধ্যে মহিলা ছিলেন ১৫২ জন শ্রমিক।

সমাধান

বৎসর	**লিঙ্গ**	**শ্রমিক**		
		ট্রেড ইউনিয়নের সদস্য	ট্রেড ইউনিয়নের সদস্য নয়	মোট
১৯৯২	পুরুষ	১,৪৯০	২৬০	১,৭৫০
	মহিলা	৫০	২০০	২৫০
	মোট	১,৫৪০	৪৬০	২,০০০
১৯৯৩	পুরুষ	১,৩৭০	২৩০	১,৬০০
	মহিলা	৪৮	১৫২	২০০
	মোট	১,৪১৮	৩৮২	১,৮০০

সারাংশ

তথ্যসংগ্রহ করা হয় কোন উদ্দেশ্য সাধনের জন্য। আর এই উদ্দেশ্য অর্জনের জন্য তাই তথ্যসমূহকে প্রক্রিয়াজাতকরণ করতে হয়। তথ্য প্রক্রিয়াজাতকরণের প্রাথমিক ও গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ হলো তথ্যকে তাদের বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে সারণীবদ্ধকরণ। সুন্দরভাবে সারণীকৃত তথ্য থেকে উদ্দেশ্য অর্জন অত্যন্ত সহজ। সারণীবদ্ধকরণের কোন বাঁধাধরা নিয়ম নাই। তথ্য সরল বা জটিল বুঝে অর্থাৎ তথ্যের প্রকৃতির উপর নির্ভর করেই এই সারণীবদ্ধকরণ করা হয়।

• পাঠোত্তর মূল্যায়ন

১. শ্রেণীবদ্ধকরণের এবং সারণীবদ্ধকরণের পার্থক্য বর্ণনা করুন। একটি উপযুক্ত সারণীর বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখুন।

২. পরিসংখ্যান সারণী কাকে বলে? উদাহরণসহ পরিসংখ্যান সারণীর বিভিন্ন অংশের বর্ণনা দিন।

৩. কোন বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্র ছাত্রীদের নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে সাজানো হলো।

ক.	অনুষদ	ঃ	কলা, বাণিজ্য, বিজ্ঞান
খ.	ডিগ্রী	ঃ	স্নাতক, স্নাতকোত্তর
গ.	লিঙ্গ	ঃ	ছাত্র, ছাত্রী
ঘ.	বয়স	ঃ	২০ বৎসরের কম, ২০ বৎসরের বেশী

তথ্য উপস্থাপনের জন্য একটি শূন্য সারণী প্রস্তুত করুন।

৪. নিচের তথ্যে ২৫ জন ছাত্রের বয়স দেখানো হলো —

১১	২০	১২	১৪,	১৫	১৭	২০,	২১	২২	৮,
,	,	,		,	,		,	,	
১২	৯,	১৭	২২,	১৮	১৬	১৫,	১৪	১৮	২১
,		,		,	,		,	,	,
২২	৯,	১৩	১৬,	১৪					
,		,							

পাঁচ শ্রেণীব্যাপ্তি ধরে তথ্যগুলোকে গণসংখ্যা সারণীতে উপস্থাপন করুন।

৫. গণসংখ্যা নিবেশন কাকে বলে? ১০ বৎসর শ্রেণী ব্যাপ্তি ধরে একটা গণসংখ্যা নিবেশন প্রস্তুত করুন —

২৫,	২৬,	৩২,	৫০,	৬০,	৬৪,	৫৫,	৪১,	৬৩,	৪৪,
৩২,	২৮,	৩৭,	৩৩,	৪৪,	৫৬,	৫৯,	৬৭,	৩৩,	৩৮,
৫৬,	৬২,	৬৬,	৩৮,	৫৫,	৬৬,	৬৭,	৩৪,	৩৩,	২৮,
৩৭,	৪৪,	৪৬,	৫১,	৫৭,	৬১,	৪১,	৬৭,	৬৭,	৬৯,
৬১,	৫৬,	৫৩,	৪২,	৩৯,	৩৭,	৩৫,	২৬	৪৭	৫২

পাঠ-৪ : লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন

পাঠের উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি ––

- লেখচিত্র কেন ব্যবহার করা হয় তা বর্ণনা করতে পারবেন
- লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপনের সুবিধাসমূহ চিহ্নিত করতে পারবেন
- লেখচিত্রের সীমাবদ্ধতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- লেখচিত্রের প্রকারভেদ বর্ণনা করতে পারবেন
- কালিন রেখা, ব্যাপ্তিরেখা, স্তররেখা, দন্ড চিত্র ও বৃত্তচিত্র আঁকতে পারবেন।

লেখচিত্র কেন ব্যবহার করা হয়

অনুসন্ধান থেকে প্রাপ্ত জটিল তথ্যাদি এমনভাবে উপস্থাপন করা দরকার যেন তা সাধারণের নিকট আকর্ষণীয় হয়ে উঠে। তাই এই উপাত্তকে সহজবোধ্য করে উপস্থাপন করতে হয়। সংখ্যাসূচক তথ্যসমূহ অনেক ক্ষেত্রে বুঝতে ও ব্যাখ্যা করতে কষ্ট হয় এবং তথ্যকে যখন জটিল সারণীতে প্রকাশ করা হয়, তখন যথার্থভাবে তথ্যের প্রকৃতি দৃষ্টিগোচর না হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। কেননা সারণীতে উপস্থাপিত তথ্যসমূহ অনেক সময় বোধগম্য নাও হতে পারে। লেখ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে সংগৃহীত পরিসংখ্যান তথ্যসমূহকে অনেক বেশী আকর্ষণীয় করে তোলা যায়। তাই লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য উপস্থাপন অধিকতর সহজ ও কার্যকর।

লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপনের সুবিধাসমূহ

সংগৃহীত তথ্যকে আরও আকর্ষণীয় ও সহজবোধ্য করে উপস্থাপন করা যায় লেখ চিত্রে।

সারণীতে যে সমস্ত তথ্য উপস্থাপন করা হয় সেই তথ্য দিয়েই লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। লেখ চিত্রের জন্য নতুন কোন তথ্য সংযোজনের প্রয়োজন হয় না। কিন্তু লেখচিত্র তথ্যকে সুন্দর এবং সহজবোধ্যভাবে প্রকাশ করে। লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপনের সুবিধাসমূহ নিম্নরূপ-

১. আকর্ষণীয় ভাবে উপস্থাপন

লেখচিত্রে উপস্থাপনের মাধ্যমে সংখ্যাত্মক তথ্যগুলিকে বেশী আকর্ষণীয় করে তোলা যায়। লেখ চিত্রের সাহায্যে উপস্থাপনের মাধ্যমে তথ্যের গুরুত্ব এবং প্রবণতাসমূহ সহজে ফুটিয়ে তোলা সম্ভব হয়। উদাহরণ-১ (পৃষ্ঠা-২৯, লেখচিত্র-২.৪.১) লক্ষ্য করুন। সেখানে একই সাথে তথ্যকে সারণীতে ও লেখচিত্রে উপস্থাপন করা হয়েছে। কোনটি আপনার কাছে সাধারণভাবে গ্রহণযোগ্য মনে হচ্ছে। নিশ্চয়ই লেখচিত্রে উপস্থাপন।

২. চাক্ষুষ বিশ্লেষণ

লেখচিত্র গুলো চোখে দেখেই তথ্য সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যায় বলে চাক্ষুষ বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে লেখচিত্রের ভূমিকা খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

৩. তুলনাযোগ্য

বিভিন্ন তথ্য রাশির মধ্যে তুলনার জন্যে লেখ প্রক্রিয়াগুলি বিশেষভাবে উপযোগী। মনে করুন স্কুল-ত্যাগী ছাত্রদের এবং ছাত্রীদের একটি তুলনামূলক বিশ্লেষণ আপনি সারণীতে উপস্থাপন করবেন। এমতাবস্থায় আপনি লেখচিত্রটি দেখে সহজেই বুঝতে পারবেন কারা অধিক হারে স্কুল ত্যাগ করছে। এটা সারণীর মাধ্যমে বুঝতে আপনার পক্ষে কিছুটা জটিল হয়ে উঠতে পারে।

৪. জটিলতা নিরসন

যে সব জটিল সারণী সাধারণত আকর্ষণীয় মনে হয়না, সেগুলোকে লেখচিত্রের সাহায্যে আকর্ষণীয় করে তোলা যায়। যেমন, উদাহরণ-২ (পৃষ্ঠা-৪৭, লেখচিত্র-২.৪.২) লক্ষ্য করুন।

৫. গ্রহণযোগ্যতা নিশ্চিতকরণ

তথ্য সম্পর্কে যাঁরা সাধারণ একটি ধারণা পেতে চান তাদের কাছে লেখচিত্র উপস্থাপন অধিকতর উপযোগী, কারণ লেখচিত্রের মাধ্যমে খুব সহজেই তথ্যের প্রকৃতি সম্পর্কে একটি সাধারণ ধারণা পাওয়া যায়।

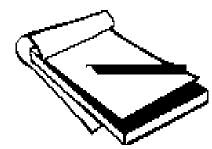
৬. স্বল্প গাণিতিক জ্ঞানের প্রয়োজন

লেখচিত্রে তথ্য উপস্থাপন বুঝতে হলে খুব বেশী গাণিতিক জ্ঞানের প্রয়োজন হয় না। কেননা, যে কোন চিত্র সহজেই বিশ্লেষণযোগ্য। এছাড়া তথ্য অনুপাতে কোন চিত্রটি বড় বা ছোট বা উর্ধ্বগামী বা নিম্নগামী তা সহজেই ধরা পড়ে।

৭. বিশেষ ক্ষেত্রে অপরিহার্যতা

কতকগুলি পরিসংখ্যানের জটিল প্রণালী লেখ উপস্থাপন ছাড়া অনেক সময় সহজবোধ্য করা সম্ভব হয় না। তাই পরিসংখ্যান তথ্য বিশ্লেষণে লেখ প্রক্রিয়া একটি অপরিহার্য পদ্ধতি।

অনুশীলন
"উপযুক্ত লেখচিত্রের সাহায্যে নিরক্ষর লোকদেরও অনেক গুরুত্বপূর্ণ তথ্য সহজে বুঝানো সম্ভব।" উপযুক্ত উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন। (অনুর্ধ্ব ২০০ শব্দ)



লেখচিত্র উপস্থাপনের সীমাবদ্ধতা

আপনি নিশ্চয়ই এখন বুঝতে পারছেন যে, লেখচিত্র জটিল তথ্যসম্বলিত সারণীকে সহজভাবে উপস্থাপনে সাহায্য করে। তবে লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য উপস্থাপন যে সকল সময়ই সুবিধা প্রদান করে তা নয়। এর কিছু সীমাবদ্ধতাও লক্ষ্য করা যায়। আসুন দেখা যাক, লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপনের সীমাবদ্ধতাগুলো কী কী?

লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য উপস্থাপন যে সকল সময়ই সুবিধা প্রদান করে তা নয়। এর কিছু সীমাবদ্ধতাও লক্ষ্য করা যায়।

১. চিত্রে উপস্থাপিত তথ্যে অনেক ছোটখাট বিষয় বাদ পড়ে যায়। কারণ লেখচিত্রে তথ্য উপস্থাপন একটি অধিকতর সার সংক্ষেপ প্রক্রিয়া।
২. সহজবোধ্য লেখ বা রৈখিক উপস্থাপন করতে যথেষ্ট সময় ও সাবধানতার প্রয়োজন হয়। অন্যথায় ভুল সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।
৩. লেখচিত্রের সাহায্যে প্রকাশিত তথ্যরাশির বিস্তৃত বর্ণনা থাকে না। এটি তথ্যের একটি সংক্ষিপ্ত রূপমাত্র।
৪. লেখচিত্রের সাহায্যে সম্পূর্ণ সঠিক তথ্য প্রকাশ করা কঠিন। এই পদ্ধতিতে কোন তথ্য সমগ্রক সম্পর্কে মোটামুটি একটি ধারণা পাওয়া যায় মাত্র।

লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন একটি সহজবোধ্য ও গুরুত্বপূর্ণ প্রক্রিয়া। তথ্যের শুধু সারণীবদ্ধকরণের মাধ্যমে বিষয়টি যথার্থভাবে ফুটিয়ে তোলা সম্ভব হয় না। তাই বাণিজ্যিক এবং অর্থনৈতিক তথ্য বিশ্লেষণে লেখচিত্রের ব্যবহার দিন দিন বৃদ্ধি পাচ্ছে। ফলে লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন দিনের পর দিন আরও জনপ্রিয়তা অর্জন করছে।

লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন একটি সহজবোধ্য ও গুরুত্বপূর্ণ প্রক্রিয়া।

লেখচিত্রের প্রকারভেদ

সংগৃহীত তথ্যের ধরন ও তার উপস্থাপনের উপর নির্ভর করে- কোন ধরনের লেখচিত্রের সাহায্যে আপনি তথ্য উপস্থাপন করবেন। নিচে তথ্যসমূহ লেখচিত্রে উপস্থাপনের কয়েকটি পদ্ধতি উদাহরণসহ বর্ণনা করা হল।

১. কালিন লেখ (Historigram)

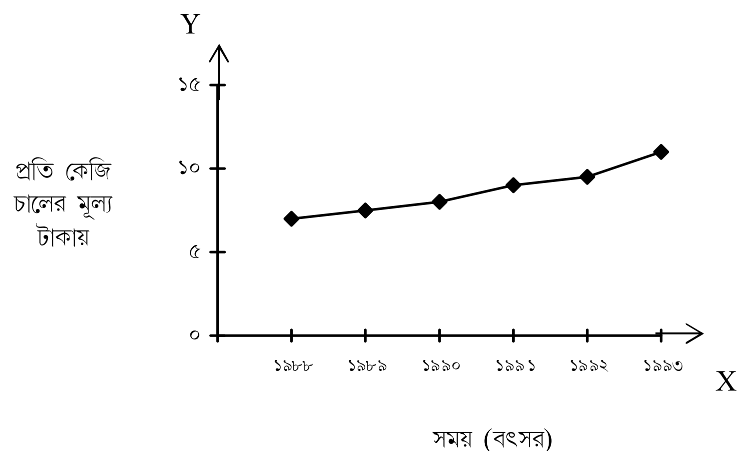
যে লেখচিত্র সময় ভিত্তিক তথ্য নিয়ে অংকিত হয় অর্থাৎ, সময়ের পরিবর্তনের সাথে সাথে কোন মানের পরিবর্তনকে যে লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করা হয়, তাকে সাধারণ ভাষায় কালিন লেখ বা হিস্টোরিগ্রাম বলে। এই লেখচিত্র অংকন করার সময় x-অক্ষে সময় এবং y-অক্ষে চলকের মান উল্লেখ করতে হয়। এটি একটি সময় ভিত্তিক রেখা চিত্র। সাধারণত x-অক্ষে স্বতন্ত্র বা স্বাধীন চলক (Independent Variable) এবং y-অক্ষে অধীন চলক (Dependent Variable) অঙ্কন করা হয়।

উদাহরণ -১ নিচের তালিকায় ১৯৮৮ সাল থেকে ১৯৯৩ পর্যন্ত একটি খুচরা বাজারে প্রতি বৎসরে প্রতি কেজি চালের গড় মূল্যের তথ্য সংগ্রহ করা হলো।

বৎসর ⟶	১৯৮৮	১৯৮৯	১৯৯০	১৯৯১	১৯৯২	১৯৯৩
প্রতি কেজি চালের গড় মূল্য (টাকায়) ⟶	৭.০০	৭.৫০	৮.০০	৯.০০	৯.৫০	১১.০০

আসুন এখন দেখা যাক সংগৃহীত এই তথ্য থেকে কীভাবে আপনি কালিন লেখা চিত্র বা হিস্টোরিগ্রাম আঁকবেন।

প্রথমেই x-অক্ষকে সময় (বৎসর) ধরে সমান ছয়টি ভাগে বা বৎসরে ভাগ করুন। এরপরে y-অক্ষকে ৫ থেকে ১৫ পর্যন্ত কয়েকটি ক্ষুদ্র ভাগে ভাগ করুন। y-অক্ষ কেজি প্রতি চাউলের মূল্য প্রদর্শন করছে। এখন এই x-অক্ষ ও y-অক্ষ মিলিয়ে আপনি ছয় বৎসরের জন্য ছয়টি বিন্দু পাবেন। এই বিন্দুগুলো যোগ করেই আপনি যে রেখাটি লাভ করবেন তাই হবে কালিন রেখা বা হিস্টোরিগ্রাম। (মনে রাখবেন, যে কোন লেখচিত্র অঙ্কন করতে হলে গ্রাফ কাগজের ব্যবহার করা হয়।)



লেখচিত্র ২.৪.১ প্রতি কেজি চালের বিভিন্ন বৎসরের গড়মূল্য কালিন লেখ এ দেখানো হলো

২. *ব্যাপ্তি রেখা (Range Curve)*

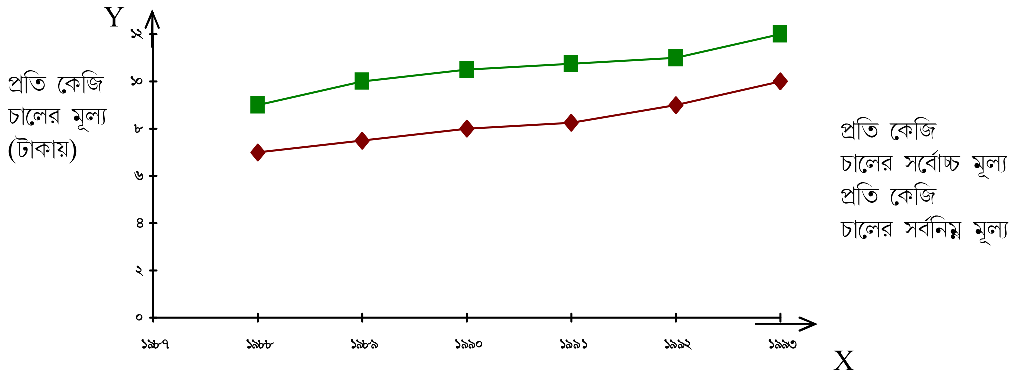
কোন চলকের একটি সময় কালে ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম মানের মধ্যে পার্থক্যের বিস্তার দেখানোর উদ্দেশ্যে ব্যাপ্তি রেখা ব্যবহার করা হয়।

মনে করুন তথ্য এমনভাবে লিপিবদ্ধ করা হয়েছে যে কোন চলকের একটি সময় কালে ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম মানের মধ্যে পার্থক্য আছে। এই পার্থক্য যদি আপনি লেখচিত্রে উপস্থাপন করতে চান তাহলে, এই পার্থক্যের বিস্তার দেখানোর উদ্দেশ্যে ব্যাপ্তি রেখা বা রেঞ্জ কার্ভ ব্যবহার করা হয়। এই চিত্রে সর্বোচ্চ মানগুলোর জন্য একটি রেখা এবং সর্বনিম্ন মানগুলোর জন্য অন্য একটি রেখা অংকন করা হয়। এরপর মধ্যবর্তী স্থান একটি রং দিয়ে চিহ্নিত করা হয়। এই রং এ আচ্ছাদিত চিত্র হচ্ছে ব্যাপ্তি রেখা। সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মানগুলো অবশ্যই একই চলক সম্পর্কীয় কিন্তু বিভিন্ন সময় কালের হওয়া বাঞ্ছনীয়। বোঝার সুবিধার্থে ব্যাপ্তি রেখা অংকনের একটি উদাহরণ নিচে দেওয়া হল।

উদাহরণ-২ ঃ নিচের তালিকায় বিভিন্ন বৎসরে প্রতি কেজি চালের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মূল্য উল্লেখ করা হলো।

বৎসর →	১৯৮৮	১৯৮৯	১৯৯০	১৯৯১	১৯৯২	১৯৯৩
প্রতি কেজি চালের সর্বনিম্ন মূল্য →	৭.০০	৭.৫০	৮.০০	৮.২৫	৯.০০	১০.০০
প্রতি কেজি চালের সর্বোচ্চ মূল্য →	৯.০০	১০.০০	১০.৫০	১০.৭৫	১১.০০	১২.০০

এই তথ্যের উপর ভিত্তি করে একটি ব্যাপ্তি রেখা অংকন করে দেখা যাক।



লেখচিত্র ২.৪.২ বিভিন্ন বৎসরে প্রতি কেজি চালের সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মূল্য ব্যাপ্তি রেখার মাধ্যমে দেখানো হলো।

৩. স্তর রেখা (Band Curve)

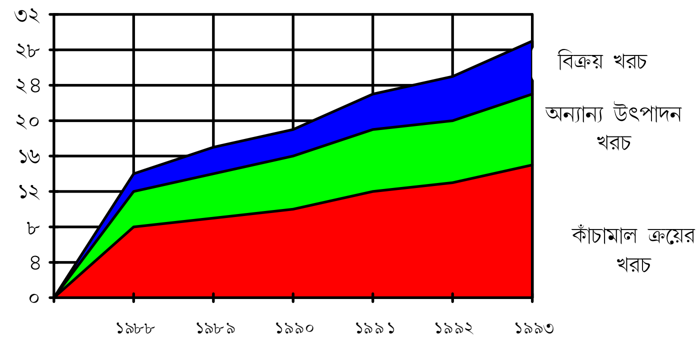
বিভিন্ন সময়ে রেকর্ডকৃত কোন চলকের বিভিন্ন সম্পর্কিত অংশ দেখানোর জন্য যে লেখচিত্র তৈরি করা হয় তাকে স্তর রেখা বা Band Curve বলে। তথ্যের বিভিন্ন অংশ গুলির লেখ পর পর অঙ্কন করা হয় এবং এক একটি রং বা চিহ্ন দিয়ে এক একটি অংশ দেখানো হয়। মনে করুন, আপনার একটি উৎপাদন কারখানায় বিভিন্ন ধরনের উৎপাদন খরচ হয়। আপনি ঐ দ্রব্য উৎপাদনের বিভিন্ন খরচের একটি লেখচিত্র আঁকতে চান। আপনার ঐ একটি দ্রব্য তৈরী করতে বিভিন্ন সময়ে যে খরচ পড়ে তা স্তর রেখার সাহায্যে দেখানো সুবিধাজনক। এই ধরনের একটি লেখচিত্র নিচে উদাহরণসহ এঁকে দেখানো হলো।

বিভিন্ন সময়ে রেকর্ডকৃত কোন চলকের বিভিন্ন সম্পর্কিত অংশ দেখানোর জন্য যে লেখচিত্র তৈরি করা হয় তাকে স্তর রেখা বলে।

উদাহরণ-৩ ঃ কোন একটি কোম্পানির উৎপাদিত দ্রব্যের বিভিন্ন বৎসরে বিভিন্ন রকমের খরচ নিম্নরূপ,

বৎসর	কাঁচামাল ক্রয়ের খরচ (লাখ টাকা)	অন্যান্য উৎপাদন খরচ (লাখ টাকা)	বিক্রয় খরচ (লাখ টাকা)	মোট খরচ (লাখ টাকা)
১৯৮৮	৮	৪	২	১৪
১৯৮৯	৯	৫	৩	১৭
১৯৯০	১০	৬	৩	১৯
১৯৯১	১২	৭	৪	২৩
১৯৯২	১৩	৭	৫	২৫
১৯৯৩	১৫	৮	৬	২৯

এই সারণীবদ্ধ তথ্যরাশি থেকে একটি স্তর রেখ চিত্র আঁকতে হবে। এখন নিচে এই লেখ চিত্রটি এঁকে দেখানো হলো।



লেখচিত্র ২.৪.৩ কোন একটি কোম্পানির উৎপাদিত দ্রব্যের বিভিন্ন বৎসরে বিভিন্ন রকমের খরচ

৪. দন্ড চিত্র (Bar Diagram)

যে লেখ চিত্রে কোন চলকের বিভিন্ন সময় কালীন বা স্থান ভিত্তিক উপাত্ত কতগুলি দন্ডের উচ্চতার মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয় তাকে দন্ড চিত্র বলে। এ ধরনের চিত্রে দন্ডের প্রস্থকে অঙ্কনে বিবেচনা করা হয় না। চিত্র উপস্থাপনের সৌন্দর্যের জন্য পরিমাণ মত প্রস্থ ধরা হয়। দন্ড চিত্র চার রকমের হতে পারে। এগুলো হলো,

- সহজ দন্ডচিত্র (Simple Bar Diagram)
- যৌগিক দন্ডচিত্র (Multiple Bar Diagram)
- অংশ বিশিষ্ট দন্ড চিত্র (Component Bar Diagram)
- যুগল দন্ডচিত্র (Paired Bars Diagram)

• *সহজ দন্ডচিত্র (Simple Bar Diagram)*

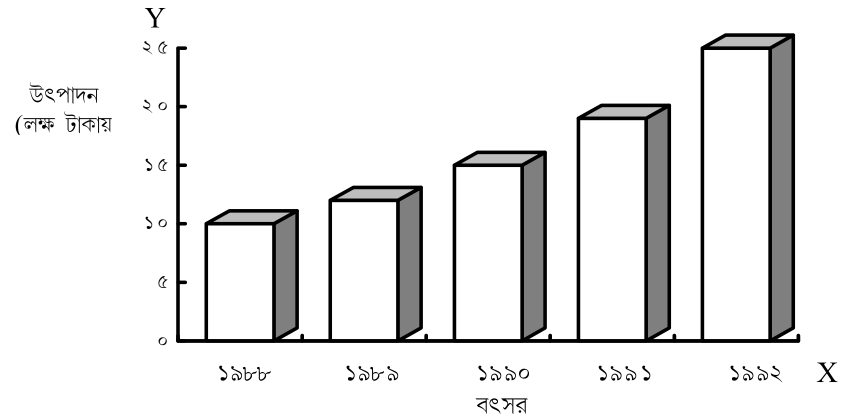
কতগুলো সমান প্রস্থের ও পরস্পর থেকে সমান দুরত্বে অবস্থিত আয়তাকার দণ্ড বা বারকে সহজ দণ্ড চিত্র বলে।

অধিকাংশ ক্ষেত্রে সময় ও স্থান ভিত্তিক উপাত্ত এই চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়। সময় বা স্থানকে x-অক্ষে এবং সময় বা স্থান ভিত্তিক তথ্য রাশিকে y-অক্ষে প্রদর্শন করা হয়। এতে দন্ডের উচ্চতাই একমাত্র বিবেচনা করা হয় এবং এই উচ্চতা সারণীবদ্ধ তথ্যকে উপস্থাপন করে। সহজ দণ্ড চিত্রে প্রতিটি দন্ডের প্রস্থ সমান রাখা হয় এবং প্রতিটি দন্ডের উচ্চতা তথ্য সারির মানের আনুপাতিক হারে প্রদর্শন করা হয়। পর পর দু'টি দন্ডের মাঝখানে সমান জায়গা রাখা হয়। যখন কোন অপরিমেয় (Non-measurable) বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে তথ্যের শ্রেণীবিন্যাস করা হয় তখন এই চিত্র সহজে ব্যবহারযোগ্য। নিচে একটি সহজ দন্ড চিত্রের উদাহরণ দেওয়া হলো।

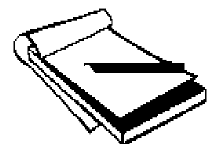
উদাহরণ-৪ ঃ ১৯৮৮ থেকে ১৯৯২ পর্যন্ত কোন একটি কাগজের কলের উৎপাদন (লক্ষ টাকা) নিচের তালিকায় উপস্থাপন করা হলো,

বৎসর	১৯৮৮	১৯৮৯	১৯৯০	১৯৯১	১৯৯২
উৎপাদন (লক্ষ টাকা)	১০	১২	১৫	১৯	২৫

এই উদাহরণে উপস্থাপিত তথ্যরাশি দিয়ে একটি সহজ দণ্ড চিত্র আঁকা হলো।



লেখচিত্র ২.৪.৪. সহজ দন্ড চিত্র ঃ একটি কাগজের কলের উৎপাদন



অনুশীলন
১৯৯১ থেকে ১৯৯৫ পর্যন্ত একটি জেলায় ধান উৎপাদন ছিল যথাক্রমে ৫ টন, ৭ টন, ৬ টন, ৮ টন ও ৬ টন। এই তথ্যরাশির সাহায্যে একটি সহজ দণ্ডচিত্র অংকন করুন।

- ***যৌগিক দন্ডচিত্র (Multiple Bar Diagram)***

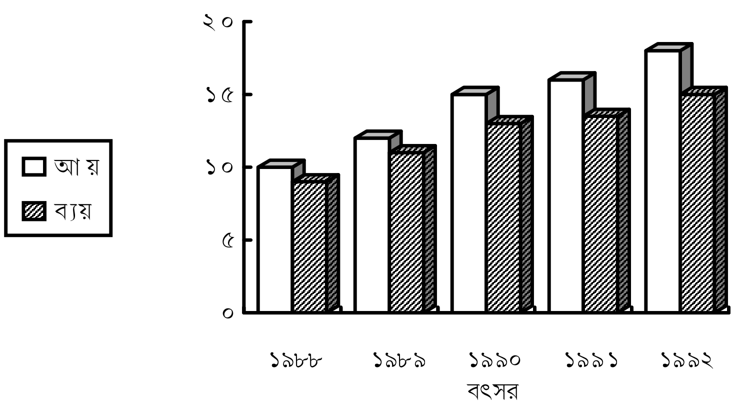
একই সারণীতে একই সময় বা স্থান ভিত্তিক একাধিক তথ্য রাশি দেয়া থাকলে তা যৌগিক দন্ড চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনের প্রয়োজন হয়। যৌগিক দন্ড চিত্রের একই সময় বা স্থান ভিত্তিক যে কয়টি তথ্য রাশি থাকে সেই কয়টি সহজ দন্ড মাঝখানে কোন ব্যবধান না রেখে পাশাপাশি ভাবে অঙ্কন করা হয়। স্থাপিত দন্ডগুলি দিয়ে উচ্চতার মাধ্যমে ভিন্ন ভিন্ন জিনিস বা বিষয়ের মান প্রদর্শন করা হয়। বিভিন্ন চলক উপস্থাপনকারী দন্ডগুলিকে এক সঙ্গে দেখানো হয় এবং এইগুলি বিভিন্ন রং বা চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত করা হয়। একই সময় বা স্থান সম্বলিত বিভিন্ন চলকের মধ্যে তুলনার জন্য যৌগিক দন্ড চিত্র ব্যবহার করা হয়। নিচে তার একটি উদাহরণ দেয়া হলো।

একই সময়ে সংগৃহীত বিভিন্ন প্রকারের তথ্যমালা যদি গায়ে গায়ে স্থাপিত দণ্ডের সাহায্যে উপস্থাপন করা হয় তখন তাকে যৌগিক দণ্ডচিত্র বলে।

উদাহরণ-৫ ঃ কোন এক ব্যক্তির বিভিন্ন বৎসরে গড় আয় ও গড় ব্যয়

বৎসর	১৯৮৮	১৯৮৯	১৯৯০	১৯৯১	১৯৯২
গড় মাসিক আয় (হাজার টাকা)	১০	১২	১৫	১৬	১৮
গড় মাসিক ব্যয় (হাজার টাকা)	৯	১১	১৩	১৩.৫	১৫

এই উপস্থাপিত তথ্যরাশি দিয়ে নিচে একটি যৌগিক দণ্ড চিত্র অংকন করা হলো,



লেখচিত্র-২.৪.৫ যৌগিক দন্ড চিত্র ঃ কোন ব্যক্তির বিভিন্ন বৎসরের মাসিক গড় আয় ও ব্যয়

অংশ বিশিষ্ট দন্ডচিত্র (Component Bar Diagram)

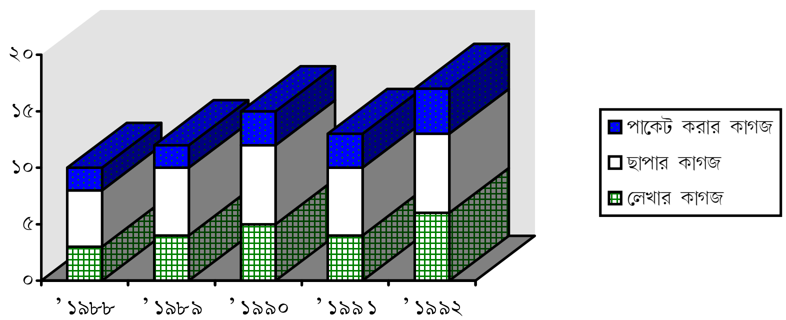
চিত্রে প্রদর্শিত দণ্ডগুলোকে তথ্য বিশ্লেষণের সুবিধার জন্য যখন বহু অংশে ভাগ করে বিভিন্ন অংশে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে অংশ বিশিষ্ট দণ্ডচিত্র বলে।

যে দন্ডচিত্রে কোন তথ্যের মোট মান এবং মোট মানের বিভিন্ন উপাদানসমূহকে চিত্রে প্রদর্শন করা হয় তাকে অংশ বিশিষ্ট দন্ডচিত্র বলে। দন্ডটিকে উপাদানের সংখ্যা অনুসারে কয়েকটি অংশে ভাগ করা হয়। দন্ডের বিভক্ত প্রত্যেকটি অংশ, বিশেষ উপাদানের মান এবং সমগ্র দন্ডের উচ্চতা সমষ্টির মান প্রদর্শন করে। আমদানি-রপ্তানি উৎপাদনের বিভিন্ন উপাদান বিষয়ক তুলনামূলক উপস্থাপনের জন্য এই প্রকার দন্ডচিত্র ব্যবহার করা হয়। নিচে কোন একটি কাগজের কলের তিন প্রকারের কাগজ উৎপাদনের পরিসংখ্যান দেয়া হলো।

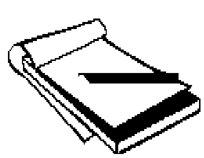
উদাহরণ-৬ ঃ কাগজ উৎপাদন (হাজার টন)

বৎসর	লেখার কাগজ	ছাপার কাগজ	প্যাকেট করার কাগজ	মোট
১৯৮৮	৩	৫	২	১০
১৯৮৯	৪	৬	২	১২
১৯৯০	৫	৭	৩	১৫
১৯৯১	৪	৬	৩	১৩
১৯৯২	৬	৭	৪	১৭

এখন সারণীতে উপস্থাপিত তথ্যরাশি দিয়ে একটি অংশ বিশিষ্ট দণ্ড চিত্র আঁকা হলো,



লেখচিত্র-২.৪.৬ কোন কাগজ কলের বিভিন্ন বৎসরে তিন প্রকার কাগজের উৎপাদন



অনুশীলন

নিচের প্রদত্ত সারণীতে উপস্থাপিত তথ্যরাশির সাহায্যে একটি অংশ বিশিষ্ট দন্ডচিত্র আঁকুন।

বৎসর	বিক্রয় (হাজার কেজি)			
	চাল	ডাল	চিনি	তেল
১৯৯১	৫০	১০	৬	১৪
১৯৯২	৫৫	১২	৭	১৬
১৯৯৩	৬২	১৫	১০	২৩
১৯৯৪	৬৬	১৬	১২	২৬
১৯৯৫	৭২	১৭	১৫	২৬

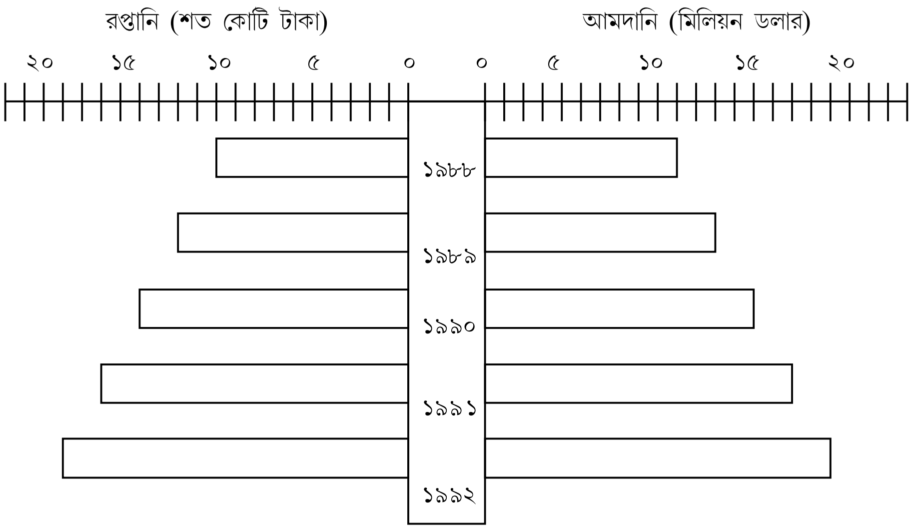
- ## *যুগল দন্ডচিত্র (Paired Bars)*

ভিন্ন এককে প্রকাশিত কিন্তু পরস্পর সম্পর্কযুক্ত দুইটি চলকের রাশির তুলনার জন্য যুগল দণ্ডচিত্র ব্যবহার করা যায়।

একই পরিমাপ এককের মাধ্যমে প্রকাশিত নয় কিন্তু পরস্পর সম্পর্ক যুক্ত এমন দুইটি চলকের তথ্য রাশি তুলনার জন্য সাধারণত যে দন্ডচিত্র ব্যবহার করা হয় তাকে যুগল দন্ডচিত্র বলে। পরিমাপ একক এক নয় বিধায় এইসব চলককে সাধারণ দণ্ডচিত্র এবং অংশ বিশিষ্ট দন্ডচিত্রের মাধ্যমে প্রদর্শন করা সম্ভব হয় না। যুগল দন্ডচিত্র x-অক্ষের দুই দিকই x-অক্ষের সমান্তরাল করে অঙ্কন করা হয়। নিচের উদাহরণে যুগল দন্ড চিত্র দেখানো হলো। মনে করুন, কোন একটি দেশের আমদানি মিলিয়ন টাকায় এবং রপ্তানি কোটি টাকায় দেখানো হলো। এখন আপনি এ দুটো তথ্য রাশির মধ্যে তুলনা করতে চান। তার জন্য আপনাকে যা করতে হবে তা নিচের উদাহরণের সাহায্যে দেখানো হলো।

উদাহরণ-৭ ঃ একটি দেশের বিভিন্ন বৎসরের আমদানি (মিলিয়ন ডলার) এবং রপ্তানির (শত কোটি টাকা) হিসাব নিচের তালিকায় রেকর্ড করা হলো, (কাল্পনিক)

বৎসর	১৯৮৮	১৯৮৯	১৯৯০	১৯৯১	১৯৯২
আমদানি (মিলিয়ন ডলার)	৮	১০	১২	১৫	১৬
রপ্তানি (কোটি টাকা)	৬	৮	১০	১২	১৫



লেখচিত্র-২.৪.৭ কোন দেশের বিভিন্ন বৎসরে আমদানি ও রপ্তানির যুগল দন্ড চিত্র

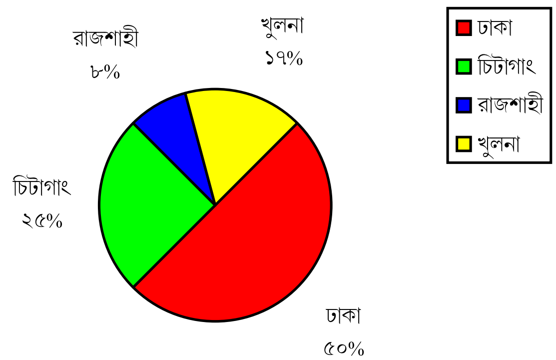
- ***বৃত্তচিত্র (Pie-Diagram)***

কোন তথ্যের বিভিন্ন উপাদান প্রদর্শনের জন্য যদি একটি বৃত্তকে কয়েকটি ভাগে বিভক্ত করে উপস্থাপন করা হয় তাহলে ঐ চিত্রকে বৃত্তচিত্র বলে। বৃত্তকে বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপাদিত কোনের তারতম্যের ভিত্তিতে বিভক্ত করা হয়। এর মাধ্যমে তথ্যের বিভিন্ন উপাদানের মধ্যে তুলনা করা সম্ভব হয়। একটি বৃত্তের কেন্দ্রে কোনের পরিমাণ ৩৬০ ডিগ্রী। তথ্যের উপাদান বা গঠিত অংশের মান অনুসারে একে ভাগ করা হয়। বিভক্ত অংশগুলোকে বিভিন্ন রং বা ছায়ায় চিহ্নিত করা হয়। নিচে একটি বৃত্ত চিত্রের উদাহরণ দেয়া হলো,

বহু অংশে বিভক্ত বার চিত্রের মত তথ্য রাশির বিভিন্ন অংশের পারস্পরিক সম্পর্ক সুন্দরভাবে প্রকাশ করতে পারে পাই চার্ট।

উদাহরণ-৮ ঃ বাংলাদেশের চারটি বৃহত্তম নগরীর লোকসংখ্যা বৃত্তচিত্রের সাহায্যে দেখানো হলো।

নগরী	**লোকসংখ্যা (লক্ষ)**	**কেন্দ্রে কোনের পরিমাণ (ডিগ্রী)**
ঢাকা	৬০	(৩৬০÷১২০) × ৬০ = ১৮০
চট্টগ্রাম	৩০	(৩৬০÷১২০) × ৩০ = ৯০
খুলনা	২০	(৩৬০÷১২০) × ২০ = ৬০
রাজশাহী	১০	(৩৬০÷১২০) × ১০ = ৩০
মোট	১২০	৩৬০



লেখচিত্র ২.৪.৮ বাংলাদেশের চারটি বৃহত্তম নগরীর লোকসংখ্যার বৃত্তচিত্র

সরাংশ

লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপন শীর্ষক এ পাঠে লেখচিত্র কেন ব্যবহার করা হয় শিখলেন। সাধারণত অনুসন্ধান থেকে প্রাপ্ত জটিল তথ্যাদি আকর্ষণীয় এবং সহজবোধ্য ভাবে তুলে ধরার জন্য লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। লেখচিত্রের সাহায্যে তথ্য উপস্থাপনের সুবিধা শেখার সাথে বিভিন্ন প্রকার লেখচিত্রের সংজ্ঞাসহ অঙ্কন করা শিখলেন। বিভিন্ন প্রকার লেখচিত্রের মধ্যে রয়েছে কালীন রেখা, স্তর রেখা এবং দণ্ডচিত্র। দণ্ডচিত্র আবার কয়েক ভাগে বিভক্ত, যেমন - সহজ দণ্ডচিত্র, যৌগিক দণ্ডচিত্র, অঙ্গ বিশিষ্ট দণ্ডচিত্র, যুগল দণ্ডচিত্র এবং বৃত্তচিত্র। এর পরবর্তী পাঠে অর্থাৎ পাঁচ নম্বর পাঠে রয়েছে গণসংখ্যা নিবেশনের লেখচিত্র।

• পাঠোত্তর মূল্যায়ন

১. দু'টি পরিবারের বিভিন্ন খাতে খরচের পরিমাণ দেখানো হলো।

খরচ (টাকা)	পরিবার- ক	পরিবার-খ
খাদ্য	১৫০০.০০	১২০০.০০
বস্ত্র	১২৫০.০০	৬০০.০০
শিক্ষা	২৫০.০০	৪৫০.০০
জ্বালানী	২৫০.০০	১৫০.০০
বাড়ীভাড়া	১৫০০.০০	১৪০০.০০
বিবিধ	২৫০.০০	১২০.০০

উপযুক্ত লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্যটি উপস্থাপন করুন।

২. দু'টি কলেজের ১৯৯০ ও ১৯৯৩ সনে বিভিন্ন শ্রেণীতে অধ্যয়নরত ছাত্রছাত্রীদের সংখ্যা দেয়া হলো।

শ্রেণী	কলেজ-ক		কলেজ-খ	
	১৯৯০	১৯৯৩	১৯৯০	১৯৯৩
কলা	৩০০	৪০০	২০০	৩০০
বিজ্ঞান	১৮০	৩০০	৪০০	৫০০
বাণিজ্য	৩০০	৪০০	১০০	১৫০

প্রদত্ত তথ্যটি একটি যথার্থ লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করুন।

৩. নিচের তথ্যটি সরল দন্ডচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করুন।

বৎসর	উৎপাদন টনে
১৯৮৪	৪৭.০৩
১৯৮৫	৩৯.৮৫
১৯৮৬	৪৪.০৫
১৯৮৭	৪৯.৮৫
১৯৮৮	৫০.৭০
১৯৮৯	৫২.৪১
১৯৯০	৫৬.৮২

পাঠ-৫ : গণসংখ্যা নিবেশনের লেখচিত্র

পাঠের উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি ——

- গণসংখ্যা নিবেশন থেকে আয়তলেখ অংকন করতে পারবেন
- বিভিন্ন পদ্ধতিতে গণসংখ্যা বহুভূজ অংকন করতে পারবেন
- গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গণসংখ্যা রেখা অঙ্কন করতে পারবেন
- গণসংখ্যা নিবেশন থেকে অজিভ অংকন করতে পারবেন
- গণসংখ্যা নিবেশনের লেখচিত্রের মধ্যে তুলনা করতে পারবেন।

সূচনা (Introduction)

পূর্বপাঠে (ইউনিট-২, পাঠ-৪) আপনি জেনেছেন কীভাবে গণসংখ্যা নিবেশন ছাড়া অন্যভাবে প্রকাশিত তথ্যসমূহকে লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করা হয়। কীভাবে গণসংখ্যা নিবেশনে প্রকাশিত তথ্য সমগ্রককে লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করা হয় তা এই পাঠে আলোচনা করা হয়েছে। তাহলে আসুন প্রথমেই লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্য উপস্থাপনের 'আয়তলেখ' পদ্ধতিটির বর্ণনা দেয়া যাক্।

আয়তলেখ (Histogram)

যে লেখচিত্র একটি সমান্তরাল রেখার উপর লম্বালম্বিভাবে অংকিত ও পরস্পর সংযুক্ত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাকেই আয়তলেখ বলে।

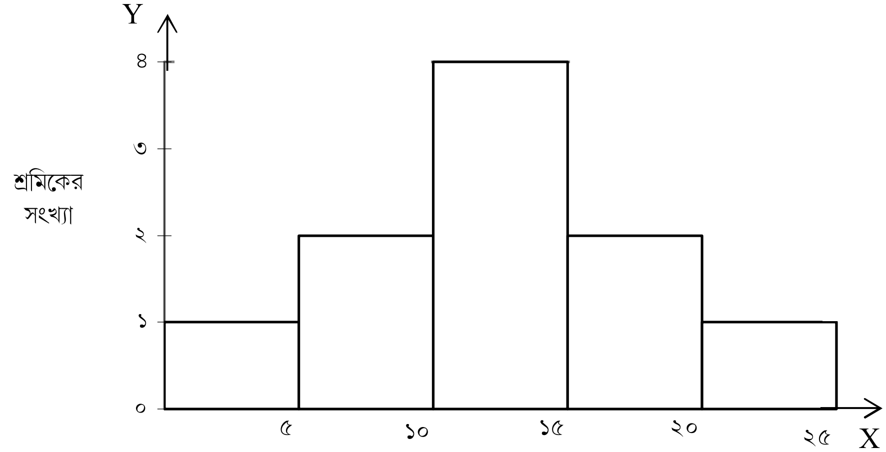
কোন তথ্যকে আয়তলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করলে নিবেশনটির বৈশিষ্ট্য সুন্দরভাবে ফুটে উঠে। যে লেখচিত্র একটি সমান্তরাল রেখার উপর লম্বালম্বিভাবে অংকিত ও পরস্পর সংযুক্ত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাকেই আয়তলেখ বা Histogram বলা হয়। সমান্তরাল রেখার মাধ্যমে তথ্যরাশির শ্রেণীবিভাগ এবং রেখার উপর অংকিত আয়তক্ষেত্রের উচ্চতার মাধ্যমে এক একটি শ্রেণীবিভাগের গণসংখ্যা দেখানো হয়। আয়তলেখের এই শ্রেণীবিভাগগুলির শ্রেণী সীমানাসমূহ (class boundaries) সমান্তরাল রেখায় পর পর স্থাপন করা হয়।

লেখচিত্রের x-অক্ষে শ্রেণী ব্যাপ্তি এবং y-অক্ষে গণসংখ্যা উপস্থাপন করা হয় (চিত্র ২.৫.১)। আয়তক্ষেত্রগুলোর মধ্যে কোন ফাঁকা অংশ না রেখে আয়তলেখ অংকন করা হয়। নিচের উদাহরণে একটি সম শ্রেণী ব্যাপ্তি ও একটি অসম শ্রেণী ব্যাপ্তি সম্বলিত গণসংখ্যা নিবেশনকে আয়তলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো।

উদাহরণ-১ ঃ চাকুরীর সময় সীমার ভিত্তিতে ১০ জন শ্রমিকের গণসংখ্যা নিবেশন নিচে দেয়া হলো। নিবেশনটি আয়তলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করতে হবে।

চাকুরীর সময়কাল (বছর)	গণসংখ্যা *f*
০-৫	১
৫-১০	২
১০-১৫	৪
১৫-২০	২
২০-২৫	১

সমাধান ঃ সমশ্রেণী ব্যাপ্তি সম্বলিত গণসংখ্যা নিবেশনটি নিচে আয়তলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো

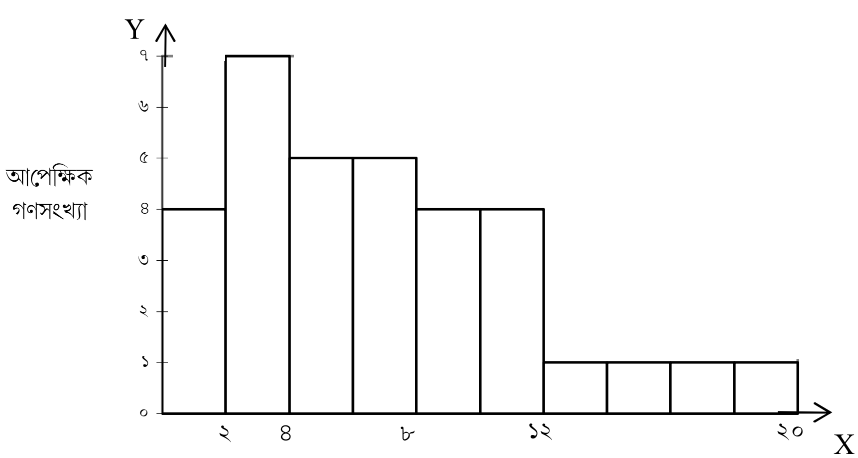


চিত্র- ২.৫.১ ঃ ১০ জন শ্রমিকের চাকুরীর মেয়াদকাল ভেদে সমশ্রেণী ব্যাপ্তি সম্বলিত গণসংখ্যা নিবেশন আয়তলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন

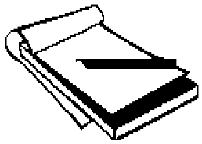
নিচে আরও একটি উদাহরণের সাহায্যে অসম শ্রেণী সম্বলিত গণসংখ্যা বিন্যাস আয়তলেখের মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলো।

উদাহরণ-২ ঃ পরিবার প্রতি লোকসংখ্যার ভিত্তিতে গঠিত ৬৬টি পরিবারের গণসংখ্যা বিন্যাস।

পরিবারের লোকসংখ্যা (class interval = C)	**পরিবারের সংখ্যা** (frequency = f)	**আপেক্ষিক গণসংখ্যা** $Rf = f \div c$
০ - ২	৮	৮/২ = ৪
২ - ৪	১৪	১৪/২ = ৭
৪ - ৮	২০	২০/৪ = ৫
৮ - ১২	১৬	১৬/৪ = ৪
১২ - ২০	৮	৮/৮ = ১
মোট	৬৬	



চিত্র-২.৫.২ ঃ পরিবার প্রতি লোকসংখ্যার ভিত্তিতে গঠিত ৬৬টি পরিবারের অসমশ্রেণী সম্বলিত গণসংখ্যা বিন্যাস আয়তলেখের মাধ্যমে প্রদর্শন করা হল।



অনুশীলন

নিচের অসম শ্রেণীসম্বলিত গণসংখ্যা বিন্যাস হতে একটি আয়তলেখ অঙ্কন করুন।

প্রাপ্ত নম্বর	ছাত্রসংখ্যা
০ - ২০	৫
২০ - ৩০	৮
৩০ - ৫০	১৭
৫০ - ৮০	২২
৮০ - ৯০	১৩
৯০ - ১০০	৫

যদি ৫ জন ছাত্র ৪০-৫০ নম্বর এবং ১১ জন ছাত্র ৫০-৬০ নম্বর পেয়ে থাকেন, তবে কি উপরের সারণীর সাহায্যে ২০ শ্রেণীব্যাপ্তি নিয়ে সমশ্রেণী সম্বলিত গণসংখ্যা বিন্যাসের আয়তলেখ অংকন সম্ভব? সম্ভব হলে আঁকুন।

বারচিত্র বা দণ্ডচিত্র হল কতগুলো সমান প্রস্থের ও পরস্পর হতে সমান দূরত্বে অবস্থিত আয়তাকার দণ্ড বা বার।

উপরের আলোচনা থেকে আপনি নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন, আয়তলেখ কী এবং কীভাবে এতে গণসংখ্যা নিবেশন উপস্থাপন করতে হয়। আপনার মনে প্রশ্ন আসতে পারে, আয়তলেখ এবং দণ্ডচিত্র বা বার চিত্রের মধ্যে পার্থক্য কী? অবশ্যই কিছু পার্থক্য আছে। আসুন এখন এই বিষয়ে আলোচনা করা যাক্। আপনার নিশ্চয়ই মনে আছে, বারচিত্র বা দণ্ডচিত্র হল কতগুলো সমান প্রস্থের ও পরস্পর হতে সমান দূরত্বে অবস্থিত আয়তাকার দণ্ড বা বার। (আরও বিস্তারিত জানার জন্য ইউনিট - ২ এর পাঠ-৪ এ দেখুন)। তবে আয়তলেখ এবং দন্ডচিত্র উভয়ই গণসংখ্যা নিবেশন উপস্থাপনের লেখচিত্র। এদের ভিতর পরিলক্ষিত পার্থক্যগুলি নিচে দেয়া হল,

আয়তলেখ এবং দন্ড চিত্রের মধ্যে পার্থক্য

আয়তলেখ	দন্ডচিত্র
• গণসংখ্যা নিবেশনের শ্রেণীসীমার গণসংখ্যা পাশাপাশি অংকিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের মাধ্যমে প্রদর্শন করা হয়।	• দন্ডচিত্র হচ্ছে সময় বা স্থান ভিত্তিক তথ্যরাশির দন্ডের উচ্চতার মাধ্যমে প্রদর্শনের লেখচিত্র।
• আয়তলেখ অংকনের ক্ষেত্রে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়ই গণনায় ধরা হয়।	• দন্ডচিত্র অংকনের ক্ষেত্রে দন্ডের প্রস্থ গণনায় আনা হয় না। শুধু সুদৃশ্য চিত্র প্রদর্শনের জন্য উপযুক্ত প্রস্থ বিশিষ্ট দন্ড অংকন করা হয়।
• অসম শ্রেণী বিশিষ্ট গণসংখ্যা বিন্যাস চিত্রে উপস্থাপন করা যায়। সেক্ষেত্রে আয়তক্ষেত্র গুলির প্রস্থ ভিন্ন ভিন্ন হয়।	• অসম শ্রেণী বিশিষ্ট গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে দণ্ড চিত্র অংকন করা হয় না।

গণসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon)

গণসংখ্যা বহুভূজ এমন ভাবে অংকন করা হয় যাতে এটি সমআয়তন গণসংখ্যা বিন্যাসের সমস্ত গণসংখ্যা প্রদর্শন করতে পারে।

গণসংখ্যা বহুভূজ গণসংখ্যা বিন্যাসের অন্য একটি লৈখিক উপস্থাপন। এটি এমন ভাবে অংকন করা হয় যাতে এটি সমআয়তন গণসংখ্যা বিন্যাসের সমস্ত গণসংখ্যা প্রদর্শন করতে পারে। গণসংখ্যা বহুভুজের Y-অক্ষতে গণসংখ্যা দেখানো হয় এবং X-অক্ষ দ্বারা শ্রেণী ব্যাপ্তির মধ্য-বিন্দুর মান দেখানো হয়। নির্দিষ্ট স্কেল অনুসারে X-অক্ষে শ্রেণী ব্যাপ্তির মধ্যবিন্দুগুলির মানের অবস্থান নির্ধারণ করে সেই শ্রেণীর গণসংখ্যার মান অনুযায়ী Y-অক্ষের বরাবর বিন্দু স্থাপন করা হয়। এই সব স্থাপিত বিন্দুগুলিকে ধারাবাহিক ভাবে সরল রেখা দ্বারা সংযুক্ত করলে যে চিত্র অঙ্কিত হয় তাকেই গণসংখ্যা বহুভুজ বলে। বহুভুজটির পূর্ণতার জন্য বিন্যাসে প্রথমে এবং শেষে দুইটি শ্রেণী যোগ করা হয়। এই দুই শ্রেণীর গণসংখ্যা ধরা হয় শূন্য। এর ফলে বহুভুজটির দুইদিক X-অক্ষে বর্ধিত শ্রেণী দুইটির মধ্যবিন্দু দুইটির সহিত সংযুক্ত করা হয়।

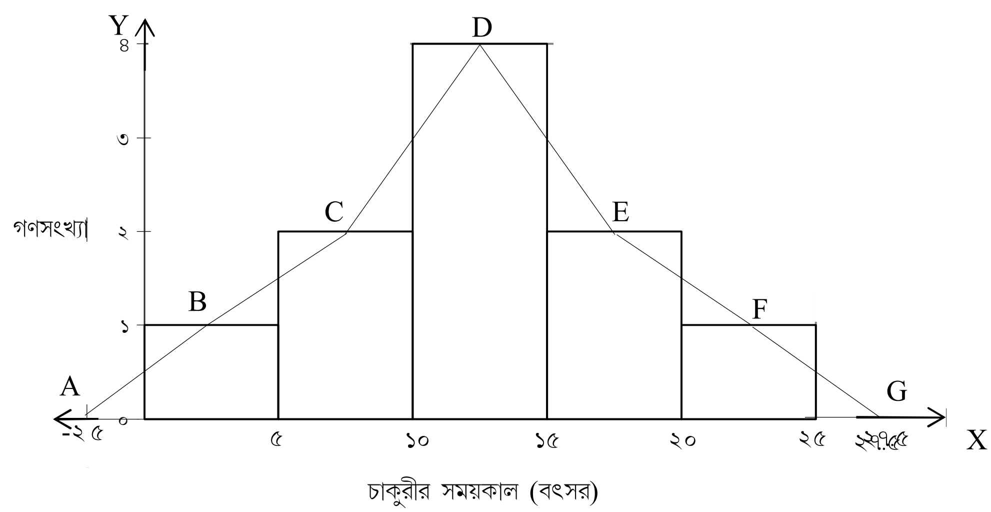
আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ প্রস্তত করা সহজ। আয়তলেখ এর আয়তক্ষেত্র গুলির উপরের বাহুর মধ্য বিন্দুগুলি প্রথমে স্থির করতে হয়। গণসংখ্যা বিন্যাসের প্রথমে এবং শেষে দুইটি শ্রেণী চিহ্নিত করে x-অক্ষ পর্যন্ত বর্ধিত করলে গণসংখ্যা বহুভুজ তৈরী হয়। প্রথমে আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ প্রস্তত প্রণালী এবং পরে আয়তলেখের সাহায্য ছাড়াই গণসংখ্যা বহুভুজ প্রস্তত প্রণালী (চিত্র ২.৫.৩) দেখানো হল।

আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ প্রস্তত করা সহজ।

উদাহরণ-৩ চাকুরীর সময় সীমার ভিত্তিতে ১০ জন শ্রমিকের গণসংখ্যা নিবেশন

চাকুরীর সময়কাল (বৎসর)	গণসংখ্যা (f)
০-৫	১
৫-১০	২
১০-১৫	৪
১৫-২০	২
২০-২৫	১

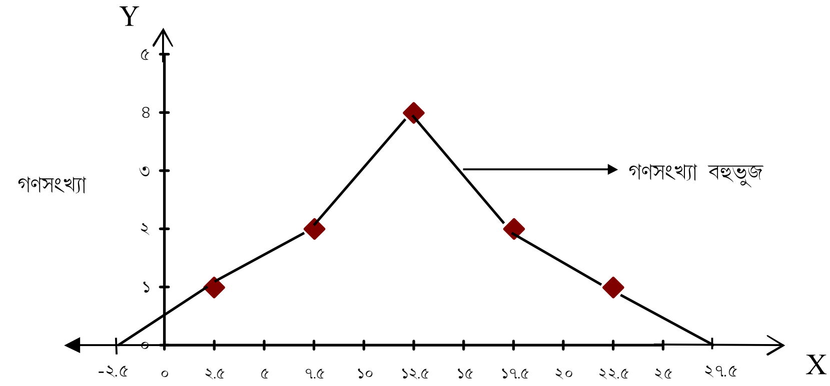
সমাধান (ক) আয়ত লেখ-এর সাহায্যে গণসংখ্যা বহুভুজ



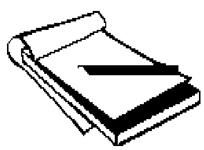
চিত্র-২.৫.৩ (ক) দশ জন শ্রমিকের চাকুরীর সময়সীমার ভিত্তিতে গণসংখ্যা নিবেশন ABCDEFG বহুভুজের মাধ্যমে দেখানো হল।

(খ) আয়ত লেখ-এর সাহায্য ছাড়া গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন

শ্রেণীব্যাপ্তি (বৎসর)	শ্রেণীর মধ্যবিন্দু	গণসংখ্যা f
০-৫	২.৫	১
৫-১০	৭.৫	২
১০-১৫	১২.৫	৪
১৫-১০	১৭.৫	২
২০-২৫	২২.৫	১
মোট		১০



চিত্র-২.৫.৩ (খ) আয়ত লেখ এর সাহায্য ছাড়া গণসংখ্যা বহুভুজ অংকন করা হল



অনুশীলন

নিচের তথ্যরাশি থেকে আয়তলেখের সাহায্যে এবং আয়তলেখের সাহায্য ছাড়া গণসংখ্যা বহুভূজ অংকন করুন।

সার উৎপাদন (হাজার টন)	দিনের সংখ্যা
৫ - ১০	৫
১০ - ১৫	৮
১৫ - ২০	১৬
২০ - ২৫	৯
২৫ - ৩০	৬

গণসংখ্যা রেখা (Frequency Curve)

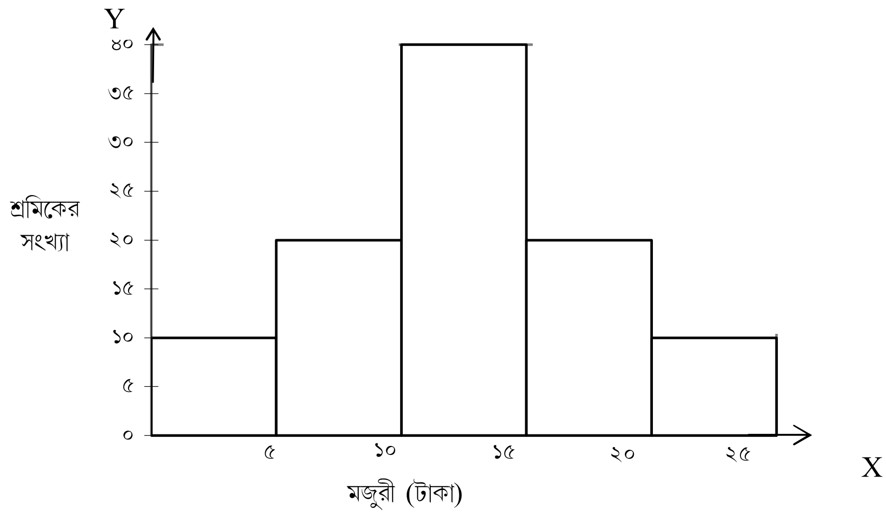
গণসংখ্যা রেখা হচ্ছে গণসংখ্যা বিন্যাসের গঠন প্রকৃতির রৈখিক প্রকাশের একটি মসৃণ প্রতিকৃতি।

গণসংখ্যা রেখা হচ্ছে গণসংখ্যা বিন্যাসের গঠন প্রকৃতির রৈখিক প্রকাশের একটি মসৃণ প্রতিকৃতি (Smooth Curve)। এটি গণসংখ্যা বহুভুজের বর্ধিত কলেবর। গণসংখ্যা নিবেশনের যদি তথ্যের সংখ্যা অনেক হয়, তবে তা থেকে অঙ্কিত বহুভুজের বাহুর সংখ্যাও বেশী হবে এবং গণসংখ্যা বিন্যাসের শ্রেণীর আনুপাতিক হবে। বহু গণসংখ্যা সম্বলিত এবং বহু শ্রেণীতে বিভক্ত হলে অধিক বাহু একটি মসৃণ রেখা চিত্রের রূপ নেয়। এই জাতীয় রেখা চিত্রকে গণসংখ্যা রেখা বলে। পরিসংখ্যান কাজে গণসংখ্যা রেখার গুরুত্ব অনেক বেশি। এটি বিন্যাসের গঠন এবং প্রকৃতি সম্পর্কে ধারণা দেয়। আসুন তাহলে, একটি গণসংখ্যা রেখার অঙ্কন পদ্ধতি দেখা যাক।

উদাহরণ-৪ ঃ প্রতি ঘন্টায় অর্জিত মজুরী অনুসারে ১০০ জন শ্রমিকের একটি মজুরী বিন্যাস দেয়া হল।

ঘন্টা প্রতি মজুরী (টাকায়)	**শ্রমিকের সংখ্যা (*f*)**
০-৫	১০
৫-১০	২০
১০-১৫	৪০
১৫-২০	২০
২০-২৫	১০
মোট	১০০

সমাধান ঃ বিন্যাসটি একটি গণসংখ্যা রেখায় উপস্থাপন করা হল -



চিত্র- ২.৫.৪. ঃ মজুরী ভিত্তিতে শ্রমিকদের গণসংখ্যা বিন্যাস গণসংখ্যা রেখায় প্রদর্শন করা হল

গণসংখ্যা রেখার আকৃতি - গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকৃতি ও গঠনের উপর (Nature and form) গণসংখ্যা রেখার আকৃতি নির্ভর করে। গণসংখ্যা নিবেশন যদি সুষম হয় তবে এই নিবেশনকে যে রেখার মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয় তাকে সুষম রেখা বলে। এখন হয়তো আপনার প্রশ্ন জাগছে সুষম কী? সুষম জাতীয় নিবেশনের মধ্যম শ্রেণীতে সাধারণত সর্বাধিক গণসংখ্যা পরিলক্ষিত হয় এবং মধ্যম শ্রেণীর ডান দিকে এবং বাম দিকে সমভাবে গণসংখ্যা কম পরিলক্ষিত হয়। এই জাতীয় বিন্যাসের পরিসরকে সমান দুই ভাগে ভাগ করলে মোট গণসংখ্যা দুইটি সমান ভাগে বিভক্ত হয়ে যায়। এর পরিসরের প্রথমার্ধে শতকরা পঞ্চাশ ভাগ এবং দ্বিতীয়ার্ধে শতকরা পঞ্চাশ ভাগ গণসংখ্যা সমভাবে পরিসরের উপর সমানুপাতিক হারে বিস্তৃত থাকে। তাহলে সুষম রেখা কাকে বলে বুঝতে পারছেন। সুষম রেখা হলো, সুষম নিবেশন থেকে অঙ্কিত রেখা। আর সুষম নিবেশন হচ্ছে এমন এক ধরনের নিবেশন যার মধ্যম শ্রেণীতে গণসংখ্যা সর্বাধিক এবং ডান ও বামপাশে ক্রমান্বয়ে কম।

গণসংখ্যা নিবেশন যদি সুষম হয় তবে এই নিবেশনকে যে রেখার মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয় তাকে সুষম রেখা বলে।

একটি নির্দিষ্ট ধরনের সুষম রেখাকে আবার পরিমিত রেখা (Normal curve)ও বলে। এই পরিমিত রেখা একটি পরিমিত গণসংখ্যা বিন্যাসকে (Normal Distribution) যথার্থ ভাবে উপস্থাপন করে। উদাহরণ-৫ এর ক সারণী সুষম নিবেশনের উদাহরণ। কারণ মধ্যম শ্রেণীর গণসংখ্যা সর্বোচ্চ অর্থাৎ ৪। উপরে এবং নিচে ক্রমান্বয়ে গণসংখ্যা কম।

পরিমিত রেখা একটি পরিমিত গণসংখ্যা বিন্যাসকে যথার্থ ভাবে উপস্থাপন করে।

গণসংখ্যা বিন্যাস যদি এমন হয় যে চলকের পরিসরের প্রথমার্ধে বা শেষার্ধে গণসংখ্যা অধিকহারে ঘনীভূত (Concentrated) থাকে, তবে এই জাতীয় গণসংখ্যা রেখা অসামঞ্জস্যপূর্ণ হবে। এই জাতীয় রেখাকে বঙ্কিম রেখা বলে। তথ্য বিন্যাস অসম বা বঙ্কিম হলে যে রেখায় উপস্থাপন করা হবে তাও বঙ্কিম হবে। আয় বা সম্পদ সম্পর্কিত তথ্য গণসংখ্যা রেখা সাধারণত বঙ্কিম হয়। নিচে সুষম ও দুই প্রকার অসম বিন্যাসের উপর অঙ্কিত গণসংখ্যা রেখা দেখানো হল।

তথ্য বিন্যাস অসম বা বঙ্কিম হলে যে রেখায় উপস্থাপন করা হবে তাও বঙ্কিম হবে।

উদাহরণ-৫ ঃ ক, খ, ও গ কারখানার প্রতিটি থেকে ১০ জন করে শ্রমিকের নমুনা নিয়ে তাদের ঘন্টা প্রতি শ্রম অনুসারে নিচে গণসংখ্যা সারণী দেয়া হল -

‘ক’ সারণী

ঘন্টা প্রতি শ্রম (টাকা)	f
০ - ৫	১
৫ - ১০	২
১০ - ১৫	৪
১৫ - ২০	২
২০ - ২৫	১

‘খ’ সারণী

ঘন্টা প্রতি শ্রম (টাকা)	f
০ - ৫	১
৫ - ১০	৪
১০ - ১৫	৩
১৫ - ২০	১
২০ - ২৫	১

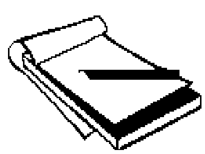
‘গ’ সারণী

ঘন্টা প্রতি শ্রম (টাকা)	f
০ - ৫	১
৫ - ১০	১
১০ - ১৫	৩
১৫ - ২০	৪
২০ - ২৫	১

সমাধান ঃ ‘ক’, ‘খ’ ও ‘গ‘ কারখানার শ্রমিকদের তিনটি মজুরী বিন্যাসকে তিন প্রকার গণসংখ্যা রেখার মাধ্যমে দেখানো হলো।

চিত্র ২.৫.৪ (ক) চিত্র ২.৫.৪ (খ) চিত্র ২.৫.৪ (গ)

চিত্র ঃ ২.৫.৪(ক) সুষম রেখা, ২.৫.৪(খ) অসম রেখা, ডান এবং ২.৫.৪(গ) অসম রেখা বাম প্রকাশ করছে।



অনুশীলন

নিচের গণসংখ্যা সারণী থেকে তিনজন শ্রমিকের জন্য পৃথক পৃথক গণসংখ্যা রেখা অংকন করুন এবং রেখাগুলো সম্পর্কে মন্তব্য করুন।

উপার্জিত মজুরী (টাকা)	দিনের সংখ্যা		
	ক	খ	গ
৪০ - ৪৫	৩	৪	৬
৪৫ - ৫০	৪	৬	৯
৫০ - ৫৫	৮	১০	১০
৫৫ - ৬০	১০	৬	৩
৬০ - ৬৫	৫	৪	২

অজিভ বা ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখা (Ogive or Cumulative frequency Curve)

অজিভ বা ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখা অংকনের সময় গণসংখ্যা বিন্যাসের শ্রেণীগুলির গণসংখ্যাকে সরাসরিভাবে স্থাপন করা হয় না।

অজিভ একটি গণসংখ্যা নিবেশনের লেখচিত্র। অজিভ বা ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখা অংকনের সময় গণসংখ্যা বিন্যাসের শ্রেণীগুলির গণসংখ্যাকে সরাসরিভাবে স্থাপন করা হয় না। গণসংখ্যাগুলিকে লেখচিত্রে উপস্থাপনের পূর্বে এক শ্রেণীর গণসংখ্যাকে পরবর্তী শ্রেণীর গণসংখ্যার সঙ্গে যোজন করা হয়। সংযোজন মানের উচ্চক্রম অথবা নিম্নক্রম অনুসারে করা যায়। সংযোজিত শ্রেণীভুক্ত গণসংখ্যাগুলি লেখচিত্রে উপস্থাপন করা হয়। প্রতিটি শ্রেণীর ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা নির্ণয়ের উপায় হলো সেই শ্রেণীর গণসংখ্যাকে পূর্ববর্তী শ্রেণীর সংযোজিত গণসংখ্যার সাথে যোগ করা।

উচ্চক্রম অনুসারে সজ্জিত ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখার উপস্থাপনকে উন-অজিভ (Less than ogive) এবং নিম্নক্রম অনুসারে সজ্জিত ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখাকে অধি অজিভ (More that ogive) বলে। উন অজিভ অংকনের সময় X-অক্ষে শ্রেণী ব্যাপ্তির উর্ধ্ব ও নিম্ন সীমা চিহ্নিত করা হয় এবং প্রতি শ্রেণীর সংযোজিত গণসংখ্যা ঐ শ্রেণীর উর্ধ্ব সীমার উপর উপস্থাপন করা হয় এবং উপস্থাপিত বিন্দুগুলি চিহ্নিত করা হয়। এই চিহ্নিত বিন্দুগুলি সংযুক্ত করে X-অক্ষে প্রথম শ্রেণীর নিম্ন সীমার বিন্দুর সঙ্গে সংযুক্ত করলে যে ক্রম যৌগিক গণসংখ্যা রেখা পাওয়া যায় তাকে উন অজিভ বলে।

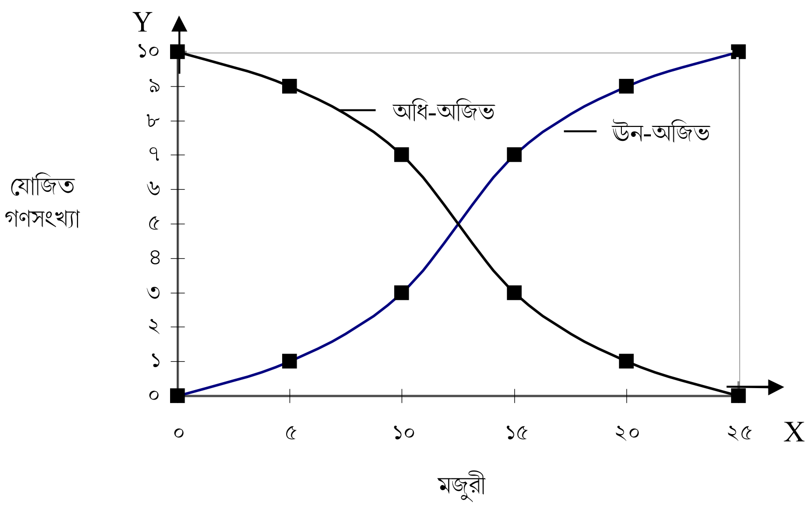
উচ্চক্রম অনুসারে সজ্জিত ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখার উপস্থাপনকে উন-অজিভ বলে।

অধি অজিভ অংকনের সময় প্রতিটি শ্রেণীর নিম্ন সীমার উপর ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা প্রতিস্থাপন করা হয়। এই কাজ সর্বোচ্চ শ্রেণী থেকে প্রথম আরম্ভ হয়। নিম্ন সীমার উপর স্থাপিত সংযোজিত গণসংখ্যাগুলি বিন্দু দ্বারা চিহ্নিত করে সংযোজন করা হয়। সর্বোচ্চ সীমার উচ্চবিন্দুতে X-অক্ষের সঙ্গে যোগ করে যে রেখা পাওয়া যায় তাকে অধি অজিভ বলে। নিম্নে উন অজিভ এবং অধি অজিভ অংকন প্রদর্শন করা হল।

সর্বোচ্চ সীমার উচ্চবিন্দুতে X-অক্ষের সঙ্গে যোগ করে যে রেখা পাওয়া যায় তাকে অধি অজিভ বলে।

উদাহরণ-৬ প্রতিঘন্টার শ্রমের মজুরীর ভিত্তিতে ১০ জন শ্রমিকের গণসংখ্যা বিন্যাস

প্রতি ঘন্টার মজুরী (টাকা)	গণসংখ্যা (f)	মানের উচ্চক্রম অনুসারে ক্রম যৌগিক গণসংখ্যা	মানের নিম্নক্রম অনুসারে ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা
০ - ৫	১	১ = ১	১০ = ১০
৫ - ১০	২	১+২ = ৩	১০-১ = ৯
১০ - ১৫	৪	৩+৪ = ৭	৯-২ = ৭
১৫ - ২০	২	৭+২ = ৯	৭-৪ = ৩
২০ - ২৫	১	৯+১ = ১০	৩-২ = ১

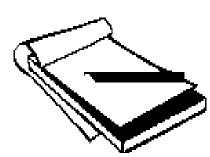


চিত্র ২.৫.৬ ঃ মজুরীর ভিত্তিতে ১০ জন শ্রমিকের গণসংখ্যা নিবেশন উন অজিভ ও অধি অজিভ এর মাধ্যমে উপস্থাপন করা হল।

অনুশীলন

নিচের গণসংখ্যা বিন্যাসের সাহায্যে অধি অজিভ ও উন অজিভ অংকন করুন।

প্রাপ্ত নম্বর	০ - ২০	২০ - ৪০	৪০ - ৬০	৬০ - ৮০	৮০ - ১০০
ছাত্রসংখ্যা	৭	১১	২০	৮	৪



গণসংখ্যা বিন্যাসের লেখচিত্রগুলি দুই বা অধিক গণসংখ্যা বিন্যাসের মধ্যে তুলনার ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়। বিশেষ করে অজিভ দুইটি সম্পর্কিত নিবেশনের তুলনার জন্য খুবই উপযোগী। অজিভের মাধ্যমে একটি নিবেশনের কতগুলি গণসংখ্যা বা তার শতকরা কত হার একটি নির্দিষ্ট পরিসীমার অন্তর্ভুক্ত বা বহির্ভুত তাহা নির্ণয় করা সহজ হয়। মধ্যমা, চতুর্থক প্রভৃতি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে অজিভ

অজিভ দুইটি সম্পর্কিত নিবেশনের তুলনার জন্য খুবই উপযোগী।

ব্যবহার করা চলে। তাই পরিসংখ্যান তথ্য বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে গণসংখ্যা বিন্যাসের লেখচিত্রগুলির অতীব গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রয়েছে।

সারাংশ

২নং ইউনিটের এই পাঠটি ছিল গণসংখ্যা নিবেশনের লেখচিত্র নিয়ে। এ পাঠে আপনি সমশ্রেণী ও অসমশ্রেণীর গণসংখ্যা নিবেশনের জন্য কীভাবে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয় তা শিখেছেন। এরপর শিখেছেন গণসংখ্যা বহুভুজ এবং গণসংখ্যা রেখা সম্পর্কে। গণসংখ্যা রেখা প্রকৃতপক্ষে গণসংখ্যা বহুভুজেরই বর্ধিত কলেবর। এরপর রয়েছে গণসংখ্যা রেখার আকৃতি। গণসংখ্যা রেখার আকৃতি সাধারণত সুষম ও অসম ডান এবং অসম বাম হতে পারে। সুষম গণসংখ্যার ক্ষেত্রে মধ্যসারিতে অধিক গণসংখ্যা এবং নিচে উপরের ও সারিতে ক্রমানুয়ে কম গণসংখ্যা থাকে। পাঠের সবশেষে রয়েছে ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখা। ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখার অপর নাম অজিভ। এরপরে আমরা যাব কেন্দ্রীয় প্রবণতা আলোচনায়। তার পূর্বে দেখা যাক পাঠ সম্বন্ধে কতটা শিখতে পেরেছি। অর্থাৎ পাঠোত্তর মূল্যায়নে।

- **পাঠোত্তর মূল্যায়ন**

১. (ক) তথ্যের লৈখিক উপস্থাপনের সুবিধা ও অসুবিধাগুলি বর্ণনা করুন
(খ) নিচের সারণীতে কোন কোম্পানীর শ্রমিকদের দৈনিক মজুরী অনুসারে গণসংখ্যা নিবেশন দেয়া হলো :

দৈনিক মজুরী (টাকা)	শ্রমিকের সংখ্যা
৪০ - ৬০	৬
৬০ - ৮০	১৫
৮০ - ১০০	৩১
১০০ - ১২০	৪৪
১২০ - ১৪০	২৬
১৪০ - ১৬০	১৫
১৬০ - ১৮০	৪
১৮০ - ২০০	১

গণসংখ্যা নিবেশন থেকে (১) আয়ত লেখ, (২) গণসংখ্যা বহুভুজ এবং (৩) অজিভ তৈরি করুন।

২. (ক) আয়তলেখ এবং অজিভ বলতে কী বুঝায়? বর্ণনা করুন।
(খ) নিচে কোন কলেজের ছাত্র-ছাত্রীদের ওজনের গণসংখ্যা বিন্যাস দেয়া হল -

ওজন (পাউন্ড)	ছাত্র-ছাত্রীদের সংখ্যা
৯৫ - ১০৫	৩২
১০৫ - ১১৫	৮০
১১৫ - ১২৫	৯৩
১২৫ - ১৩৫	১১০
১৩৫ - ১৪৫	৮৪
১৪৫ - ১৫৫	৭৯
১৫৫ - ১৬৫	৪০

তথ্যটি আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজের মাধ্যমে উপস্থাপন করুন।

৩. কতগুলি পাইকারী বিক্রেতার দৈনিক বিক্রয় গণসংখ্যা বিন্যাসে দেখানো হলো।

দৈনিক বিক্রয় (লক্ষ টাকায়)	কোম্পানির সংখ্যা
১০-২০	৮
২০-৩০	১২
৩০-৪০	২০
৪০-৫০	১০
৫০-৬০	৭
৬০-৭০	৫

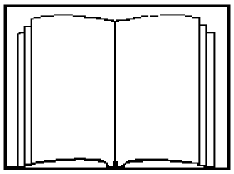
উপরের তথ্যটি আয়তলেখ ও গণসংখ্যা বহুভুজ এর মাধ্যমে উপস্থাপন করুন এবং একটি অজিভ অংকন করুন।

৪. অসম গণসংখ্যার জন্য আপনি কীভাবে আয়তলেখ অঙ্কন করবেন তার ধাপগুলো আলোচনা করুন। কোন ক্ষেত্রে অসম গণসংখ্যা লক্ষ্য করা যায়। নিজে একটা অসম গণসংখ্যার উদাহরণ তৈরি করে আয়তলেখ অঙ্কন করুন।

৫. আয়তলেখ এবং দণ্ড চিত্রের মধ্যে পার্থক্য বর্ণনা করুন।

৬. অজিভ বা ক্রমযৌগিক গণসংখ্যা রেখা অঙ্কনের প্রক্রিয়া বর্ণনা করুন। উন-অজিভ ও অধি-অজিভ কী?

Reference :



1. Richard L. Mills : Statistics for Applied Economics and Business, Mc Graw Hill Book Company, New York, 1977.
2. Croxton Frederick E, Dudley J. Cowden and Sidney Klein : Applied General Statistics, Prentice-Hall Inc. Euglewood Cliff N. J., 1967.
3. Harnett, Donald L, and James L. Murphy : Introductory Statistical Analysis, Addison-Werley Publishing Company Inc, Reading Mass, 1975.
4. সৌরেন্দ্র নাথ দে : ব্যবসায় পরিসংখ্যান, রবীন্দ্র লাইব্রেরী, কলিকাতা, ১৯৮৪।
5. মুহাম্মদ আলী মিঞা এবং মোঃ আলিম উল্ল্যা মিয়ান : পরিসংখ্যান পরিচিতি, আইডিয়াল লাইব্রেরী, ঢাকা, ১৯৮৫।
6. এস. এ. হাসীব : বাণিজ্যিক পরিসংখ্যান, আলী পাবলিকেশন্স, পাটুয়াটুলী, ঢাকা, ১৯৬৯।