কালীন সারি
Time Series

৯

ভূমিকা

সময়ের ভিত্তিতে শ্রেণিবদ্ধ ও সাজানো পরিসংখ্যান উপাত্তকে কালীন সারি বলে। কালীন সারি সাধারণত: অর্থনৈতিক চলকের উপাত্ত বুঝাতে ব্যবহৃত হয়। বাণিজ্যিক ও অর্থনৈতিক কাজ-কর্মের ভবিষ্যৎ অবস্থায় পূর্বাভাস পাওয়ার জন্য কালীন সারি পথ প্রদর্শক হিসেবে কাজ করে। কালীন সারি কতকগুলো বৈশিষ্ট্য সম্বলিত। এসব বৈশিষ্ট্যের জন্য কালীন সারির বিশেষ প্রকারের বিশ্লেষণ প্রয়োজন হয় এবং কালীন সারি বিশ্লেষণই হবে এ অধ্যায়ের আলোচ্য বিষয়।

ইউনিট সমাপ্তির সময়	ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ২ সপ্তাহ

এ ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ-৯.১ : কালীন সারির সংজ্ঞা, বৈশিষ্ট্য, ব্যবহার ও গুরুত্ব
পাঠ-৯.২ : কালীন সারির উপাদান
পাঠ-৯.৩ : কালীন সারির পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : সাধারণ বা দীর্ঘমেয়াদি ধারা
পাঠ-৯.৪ : কালীন সারির পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : ঋতুগতভেদ
পাঠ-৯.৫ : কালীন সারির পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : চক্রক্রমিক হ্রাস বৃদ্ধি ও অনিয়মিত ভেদ

পাঠ-৯.১ কালীন সারির সংজ্ঞা, বৈশিষ্ট্য, ব্যবহার ও গুরুত্ব
Definition, Characteristics, Uses & Importance of Time Series

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- কালীন সারির সংজ্ঞা দিতে পারবেন;
- বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারবেন;
- কালীন সারির ব্যবহার প্রয়োগ করতে পারবেন।

কালীন সারির সংজ্ঞা
Definition of Time Series

সময়ের সাথে সম্পর্কিত বিভিন্ন চলকের পরিবর্তন যে সারণীর মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় তাকে কালীন সারি বলে। সম্পর্কযুক্ত পরিবর্তনশীল সংখ্যাভিত্তিক তথ্যাবলীকেই কালীন সারি বলে।

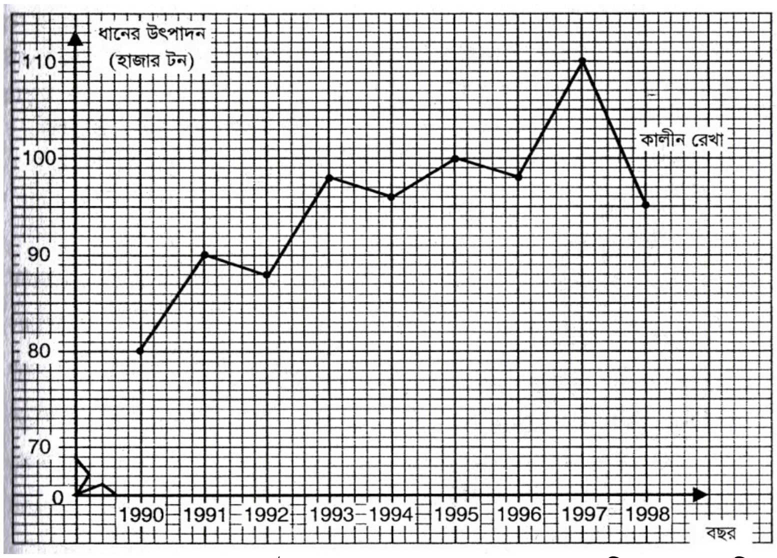
কালীন সারি সম্পর্কে – Ya-Lem Chue. বলেন– "A time series may be defined as a collection of redings belonging to different time periods of some economic variable or composite of variables." অর্থাৎ কালীন সারি হল বিভিন্ন সময়ে সংগৃহীত অর্থনৈতিক উপাত্ত"।

নিম্নে কালীন সারির গাণিতিক উদাহরণ দেয়া হল–

বছর

বছর	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
ধানে উৎপাদন (হাজার টন)	80	90	88	98	96	100	98	110	95

উপরের তথ্যসমূহ হতে নিম্নের কালীন রেখা অংকন করা হল:



চিত্রে ভূমি অক্ষে বছর এবং লম্ব অক্ষে ধানের উৎপাদন দেখানো হয়েছে। ভূমি অক্ষে প্রতি ৫ ঘর = ১ বছর এবং লম্ব অক্ষে প্রতি ঘর = ১ একক ধরা হয়েছে।

কালীন সারির বৈশিষ্ট্য ঃ

Characteristics of Time Series

১। কালীন সারির সময় সাধারণত: সমঅন্তর বিবেচনা করা হয়।

২। কালীন সারি সাধারণত: দ্বিচলক অন্তর্গত।

৩। কালীন সারিতে সময়কে স্বাধীন চলক ও বিভিন্ন সময়ে সংগৃহীত মানগুলো নির্ভরশীল চলক বলে অভিহিত হয়।

৪। কালীন সারির তথ্য সাধারণত: বাৎসরিক, মাসিক, সাপ্তাহিক ইত্যাদি সময়ে সংগৃহীত হয় এবং এরূপ তথ্যাবলী শুধুমাত্র অর্থনৈতিক ক্ষেত্রেই সীমাবদ্ধ থাকে না এতে ব্যবসা বাণিজ্যসহ আবহাওয়া বিজ্ঞানীদের, রাষ্ট্রবিজ্ঞানীদের ব্যবহার্য বিভিন্ন তথ্যাবলীর ক্ষেত্রে আলোচিত হয়।

কালীন সারির ব্যবহার ঃ

Uses of Time Series

কালীন সারির ব্যবহার নিম্নে পর্যায়ক্রমে দেওয়া হল–

১। অর্থনীতিবিদ ও ব্যবসায়ীদের জন্য কালীন সারির বিশ্লেষণ খুবই গুরুত্বপূর্ণ। ইহা কোন ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের গতিশীলতা এবং ভবিষ্যত কি হবে তার ইঙ্গিত দেয়।

২। কালীন সারির অতীতের ঘটনা সম্বন্ধে তথ্য সরবরাহ করে তাই পরিসংখ্যান উপাত্ত পর্যালোচনার মাধ্যমে সিদ্ধান্ত গ্রহণ সম্ভব হয়।

৩। কালীন সারি বিশ্লেষণ স্বল্পকালীন হ্রাস-বৃদ্ধি সমূহের দীর্ঘকালীন গতিশীলতা হতে পার্থক্যকরণের মাধ্যমে ব্যবসায়ীগণকে স্বল্পকালের মধ্যেও ব্যবসায়ের সমতা রক্ষা করতে সাহায্য করে।

৪। কালীন সারির তথ্যাবলী হতে পূর্বাভাস দান একটি উল্লেখযোগ্য বিষয়।

কালীন সারির গুরুত্ব

Importance of Time Series

ব্যবসা-বাণিজ্যে সিদ্ধান্ত গ্রহণে কালীন সারি খুবই গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। নিম্নে এর কারণসমূহ বর্ণিত হল–

ক. কালীন সারির সাহায্যে অতীতের ব্যবসা-বাণিজ্যের পরিবর্তন সম্পর্কে ধারণা লাভ করা যায়। ফলে ভবিষ্যৎ সিদ্ধান্ত গ্রহণ সহজতর হয়।

খ. কালীন সারি ব্যবসা-বাণিজ্যের ভবিষ্যৎ পরিকল্পনা প্রণয়নে সহায়তা করে ফলে বিনিয়োগ, উৎপাদন ইত্যাদি বিষয়ের সিদ্ধান্ত গ্রহণ সহজতর হয়।

গ. কালীন সারির সাহায্যে ব্যবসা-বাণিজ্যের প্রকৃত ও প্রত্যাশিত অবস্থার তুলনামূলক ধারণা পাওয়া যায়। ফলে প্রকৃত ও প্রত্যাশিত অবস্থার পার্থক্যের কারণ নির্ণয় করা সহজতর হয়।

ঘ. দুই বা ততোধিক কালীন সারীর মধ্যে তুলনা করা যায়। ফলে ব্যবসা-বাণিজ্য সম্পর্কে গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্তে পৌঁছা যায়।

সারসংক্ষেপ

সময়ের সাথে সম্পর্কযুক্ত পরিবর্তনশীল সংখ্যা ভিত্তিক তথ্যাবলীকে কালীন সারি বলে। কালীন সারির বিভিন্ন উপাদানগুলো হল, i) দীর্ঘকালীন প্রবণতা ii) ঋতু গত ভেদ iii) চক্রক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি iv) অনিয়মিত ভেদ।

পাঠ-৯.২ কালীন সারির উপাদান
Component of Times Series

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

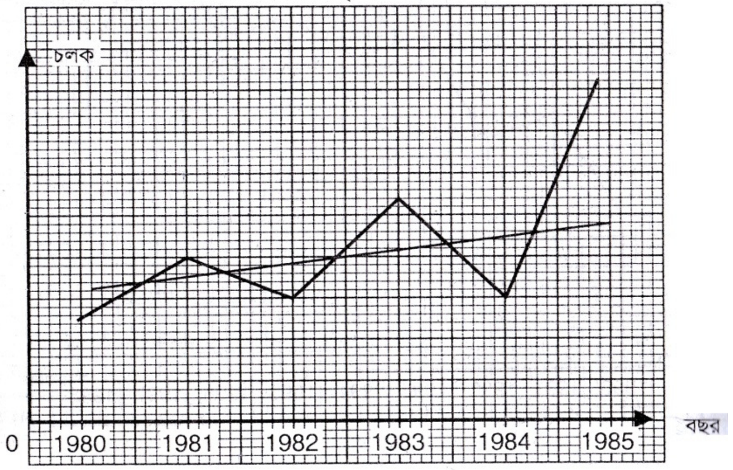
- কালীন সারির উপাদান বর্ণনা করতে পারবেন।

কালীন সারির উপাদানসমূহ
Components of Time Series

কালীন সারির তথ্যাবলীতে চারটি উপাদানের প্রভাব সমভাবে বিদ্যমান থাকে না। কোন উপাদানের প্রভাব বেশি তা অনেকাংশে নির্ভর করে তথ্যাবলীর প্রকৃতির উপর। যেহেতু উপাদানগুলির প্রভাব ভিন্ন ধরনের হয় তাই কালীন সারির উপাদানের তথ্যাবলী বিশ্লেষণ করা প্রয়োজন। কালীন সারির উপাদানসমূহ চার ধরনের। যথা:

ক. দীর্ঘকালীন গতি বা সাধারণ ধারা (Seacular Trend)
খ. ঋতুগত ভেদ (Seasonal Variation)
গ. চক্রক্রমিক ভেদ (Cyclical Variation)
ঘ. অনিয়মিত ভেদ (Irregular Variation)

ক. **দীর্ঘকালীন গতি বা সাধারণ ধারা (Seculer Trend):** তুলনামূলকভাবে দীর্ঘসময়ে কোন কালীন সারিতে চলকের গতি সামান্য উত্থান-পতনের মধ্য দিয়ে যে নিয়মমাফিক গতিশীলতা পরিলক্ষিত হয়, তাকে দীর্ঘকালীন গতি বা সাধারণ ধারা বলে। এক্ষেত্রে সহজে দিক পরিবর্তিত হয় না। এই প্রবণতা উর্ধ্বমুখী, নিম্নমুখী বা সমান্তরালধর্মী হতে পারে। একে সাধারণ ধারাও বলে। অনিয়মিত পরিবর্তন এই গতিরেখাকে বিনষ্ট করতে পারে। যেমন: দ্রব্য মূল্য বৃদ্ধির প্রবণতা, শিশু মৃত্যুর হার হ্রাসের প্রবণতা, শিল্পোউৎপাদন বৃদ্ধির প্রবণতা ইত্যাদি দীর্ঘকালীন গতি বা সাধারণ ধারা।

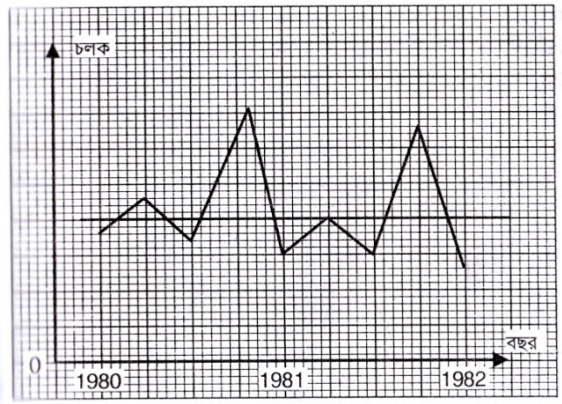


খ. **ঋতুগত ভেদ (Seasonal Variation):** সাধারণত এক বছর বা তার কম সময়ের মধ্যে কালীন সারির মান সমূহের কয়েকবার কালচক্রিক পরিবর্তনকে ঋতুগত ভেদ বলে। ইহা নিম্নলিখিত কারণে সৃষ্টি হয়।

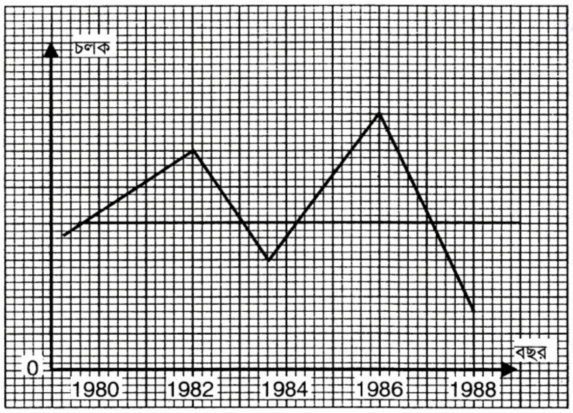
i. **আবহাওয়া ও জলবায়ুগত কারণে:** আবহাওয়া ও জলবায়ুর পরিবর্তনের ফলে সৃষ্ট উপাদান যেমন: বৃষ্টিপাত, তাপমাত্রা, আদ্রতা ইত্যাদির হ্রাস-বৃদ্ধি বিভিন্ন দ্রব্য ও শিল্পের উপর নানাভাবে ক্রিয়াশীল।

যেমন, গ্রীষ্মকালে ঠান্ডাপানীয়ের চাহিদা বৃদ্ধি পায় আবার শীতকালে হ্রাস পায়, শীতকালে গরম কাপড়ের চাহিদা বৃদ্ধি পায় কিন্তু গ্রীষ্মকালে হ্রাস পায় ইত্যাদি।

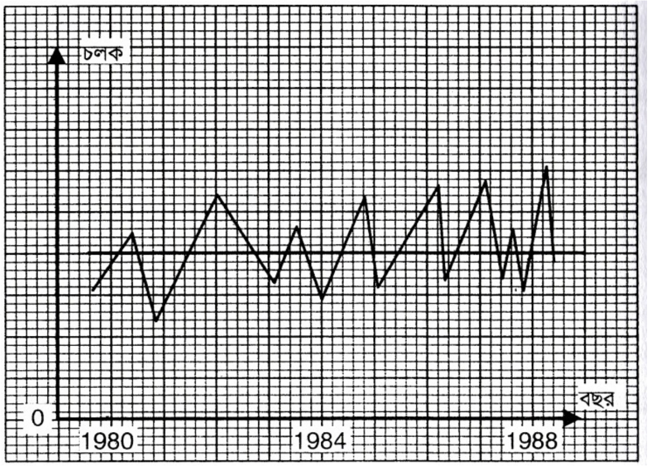
ii. প্রথা, অভ্যাস এবং আচার-আচরণঃ প্রথা, অভ্যাস এবং আচার-আচরণ দ্বারাও কালীন সারি প্রভাবিত হয়। যেমনঃ ঈদুল আযহার সময়ে বাজারে গরু ছাগলের চাহিদা এবং সরবরাহ বৃদ্ধি পায়, দূর্গাপুজার সময়ে বাজারে কাপড় -চোপড়ের চাহিদা ও সরবরাহ বৃদ্ধি পায় ইত্যাদি।



গ. চক্রক্রমিক ভেদ (Cyclical Variation): কোন কালীন সারিতে চলকের মান সমূহের দোলায়মান গতিশীলতাকে চক্রক্রমিক ভেদ বলে। তবে এক্ষেত্রে দোলন সময় অবশ্যই এক বছরের বেশী হবে। সাধারণতঃ কয়েক বছরব্যাপী হয়ে থকে। এক্ষেত্রে একটি সম্পূর্ণ দোলন সময়কে একটি চক্র বলে। চক্রক্রমিক বিভিন্নতা কোন কালচক্রিক হতে পারে, আবার নাও হতে পারে। কেননা কালীন সারি এক চক্র হতে অন্য চক্র ভেদের হেতু বিভিন্ন ধরনের হতে পারে। যেমনঃ কোন ব্যবসা প্রতিষ্ঠানের লাভ-ক্ষতি।



ঘ. অনিয়মিত ভেদ (Ireregular Variation) : কোন কালীন সারিতে চলকের মান সমূহের অনিয়মিত গতিশীলতাকে অনিয়মিত ভেদ বলে। এই ভেদ অপ্রত্যাশিত কারণ যেমনঃ যুদ্ধ, বন্যা, খরা, দুর্ভিক্ষ, মহামারী, ঘূর্ণিঝড়, ধর্মঘট, রাজনৈতিক অস্থিতিশীলতা ইত্যাদি কারণে সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে কালীন সারিতে এক বছরের মধ্যে অনেকবার পরিবর্তনশীলতা পরিলক্ষিত হয়।



সারসংক্ষেপ

কালীন সারির তথ্যবলীতে চারটি উপাদানের প্রভাব সমভাবে বিদ্যমান থাকে না। কালীন সারির তথ্য বিশ্লেষণ বলতে চারটি উপাদানের প্রভাব নির্ণয়ের নানাবিধ পদ্ধতি ও উপাদানের প্রভাব নিষ্ক্রীয় করার পদ্ধতিকে বুঝায়।

পাঠ-৯.৩ কালীন সারির পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : সাধারণ বা দীর্ঘমেয়াদি ধারা
Methods of measurement of Time Series; Long term trend

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- কালীন সারির দীর্ঘমেয়াদী ধারা পরিমাপ করতে পারবেন;

দীর্ঘকালীন প্রবণতা পরিমাপের পদ্ধতিসমূহ
Methods of Measurement of Secular Trend

দীর্ঘকালীন প্রবণতা কালীন সারির সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য ও গুরুত্বপূর্ণ উপাদান। দীর্ঘ সময় ধরে তথ্যাবলী সংগ্রহ হলে তথ্যমানসমূহের গতিশীলতা বা স্থিতি অবস্থায় প্রবণতা লক্ষ্য করা যায় যেমন: কয়েক বৎসরের ধানের উৎপাদনের দীর্ঘ তালিকা হতে উৎপাদনের একটি স্থিতি ধারণা পাওয়া যায়। দীর্ঘকাল বলতে কোন নির্দিষ্ট সীমা বাঁধা নেই। কোন কোন ক্ষেত্রে এক সপ্তাহকে দীর্ঘ সময় বলা হয়েছে যেমন: ভাইরাস কার্যক্রম নিয়ে তথ্য সংগ্রহ করলে এক সপ্তাহই যথেষ্ট আবার কোন কোন ক্ষেত্রে ২০/২৫ বৎসর সময় প্রয়োজন হতে পারে।

দীর্ঘমেয়াদী প্রবণতা পরিমাপের জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়। যথা:

ক. মুক্ত হস্তরেখা পদ্ধতি (Free hand method)
খ. আধাগড় পদ্ধতি (Semi average method)
গ. চলমান গড় পদ্ধতি (Moving average method)
ঘ. ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতি (Least square method)

ক. **মুক্ত হস্তরেখা পদ্ধতি (Free hand method):** এটি দীর্ঘকালীন প্রবণতা পরিমাপের সবচেয়ে সহজ পদ্ধতি। নিম্নলিখিত ধাপে অগ্রসর হয়ে রৈখিক দীর্ঘকালীন গতিরেখা নির্ণয় করা যায়:

i. প্রদত্ত তথ্য ছক কাগজে উপস্থাপন করা হয়। লেখচিত্র অংকনের সময় ভূমি অক্ষে সময় এবং লম্ব অক্ষে চলকের মান বিবেচনা করে প্রতিটি সময়ের বিপরীতে চলকের মান ছক কাগজে বিন্দু দ্বারা উপস্থাপন করা হয়।

ii. প্রাপ্ত বিন্দুগুলো যোগ করে একটি কালীন সারি রেখা পাওয়া যায় এবং এটি সতর্কতার সাহায্যে পর্যবেক্ষণ করতে হয়।

iii. অতপর: ব্যক্তিগত বিচার বিবেচনা অনুসারে মুক্ত হস্তে একটি মসৃণ রেখা অংকন করা হয়। যাতে উক্ত রেখাটি তথ্যগুলোকে উৎকৃষ্টভাবে ফিট করে। এক্ষেত্রে রেখাটি এমনভাবে অংকন করা হয়, যাতে এটি প্রাপ্ত বিন্দুগুলোর মধ্য দিয়ে যায়। অর্থাৎ যার একদিকের বিন্দুগুলোর বিচ্যুতি অপর দিকের বিন্দুগুলোর বিচ্যুতির প্রায় সমান হয়। এভাবে প্রাপ্ত রেখাটি মুক্ত হস্তরেখা পদ্ধতির কালীক গতিরেখা।

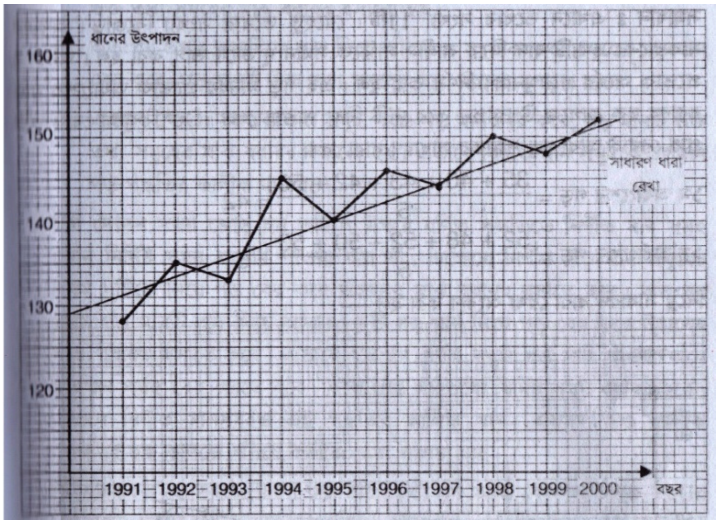
সুবিধা : (ক) এটি সবচেয়ে সহজ পদ্ধতি। (খ) এর সাহায্যে প্রবণতার প্রকৃতি সম্পর্কে প্রাথমিক ধারণা জন্মে। (গ) এটি যেকোনো সাধারণ ধারা (সরল বা বক্র) নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়।

অসুবিধা : (ক) পরিসংখ্যানবিদের বিচার বৃদ্ধির উপর এই পরিমাপ অতি মাত্রায় নির্ভরশীল। ফলে একই তথ্য হতে দু'জনের পরিমাপ দু'ধরনের হতে পারে। (খ) দক্ষ ও অভিজ্ঞ পরিসংখ্যানবিদ ছাড়া এই প্রবণতা রেখা সঠিকভাবে অংকন করা সম্ভব নয়। (গ) এই পদ্ধতিতে ভবিষ্যৎ বাণী করা সুবিধাজনক নয়।

উদাহরণ-১ : নিম্নের কালীন সারি হতে মুক্ত হস্তরেখা পদ্ধতিতে সাধারণ ধারা রেখা নিরূপন করুন:

বছর	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
ধানের উৎপাদন (লক্ষ টন)	128	135	133	145	140	145	144	150	148	152

সমাধান: নিম্নে ছক কাগজে ভূমি অক্ষে বছর এবং লম্ব অক্ষে ধানের উৎপাদন নির্দেশ করা হয়েছে। এখন প্রত্যেক বছরের বিপরীতে ধানের উৎপাদন অনুসারে ছক কাগজে বিভিন্ন বিন্দু পাওয়া গেল। উক্ত বিন্দুগুলো যোগ করে একটি কালীন সারি রেখা পাওয়া যায়। অতঃপর ব্যক্তিগত বিচার বিবেচনা অনুসারে উপরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলোর মধ্য দিয়ে মুক্ত হচ্ছে একটি মসৃণ রেখা অংকন করা হলো। প্রাপ্ত রেখাই কালকি গতিবেগ বা সাধারণ ধারা রেখা। ইহার চিত্র নিম্নরূপ–



খ. আধাগড় পদ্ধতি (Semi average method): কালীক গতি রেখা নির্ণয়ের দ্বিতীয় পদ্ধতি হল আধাগড় পদ্ধতি। এ পদ্ধতিতে কালীন সারির সমস্ত তথ্যকে সমান দু'ভাগে বিভক্ত করা হয়। এর প্রথম অংশকে **১ম** অর্ধ এবং দ্বিতীয় অংশকে ২য় অর্ধ বলে। যদি তথ্যের সংখ্যা জোড় হয় তাহলে সমান দু'ভাগে বিভক্ত করতে কোন সমস্যা হয় না। কিন্তু তথ্যের সংখ্যা বেজোড় হয় তাহলে মধ্যের তথ্যটিকে বাদ দিয়ে তথ্যসমূহকে সমান দু'ভাগে বিভক্ত করতে হয়। অত:পর প্রত্যেক অর্ধের তথ্যসমূহের গড় মান বের করা হয়। এই গড় মান দ্বয় উহাদের নিজ নিজ অর্ধের মাঝ বরাবর লেখচিত্রে উপস্থাপন করলে দুটি বিন্দু পাওয়া যায়। উক্ত বিন্দুদ্বয় যোগ করে যে রেখা পাওয়া যায় তাহাই আধা গড় পদ্ধতির কালীক গতিরেখা।

সুবিধা: (ক) এই পদ্ধতিও কিছুটা সহজ, (খ) এক্ষেত্রে একই তথ্যের জন্য বিভিন্ন কালীক রেখা পাওয়ার সম্ভাবনা নেই। (গ) যদি কালীন সারির তথ্য সরলরৈখিক হয় তাহলে এ পদ্ধতিতে পরিমাপ সহজ হয়।

অসুবিধা: (ক) এ পদ্ধতিতে প্রাপ্ত মান দ্বারা প্রকৃত অবস্থা সঠিক ভাবে বুঝা যায় না। (খ) এই পদ্ধতিতে ভবিষ্যৎ বাণী করা অসুবিধাজনক।

উদাহরণ-২: নিম্নের কালীন সারি হতে আধা গড় পদ্ধতিতে সাধারণ ধারা রেখা নিরূপন করুন:

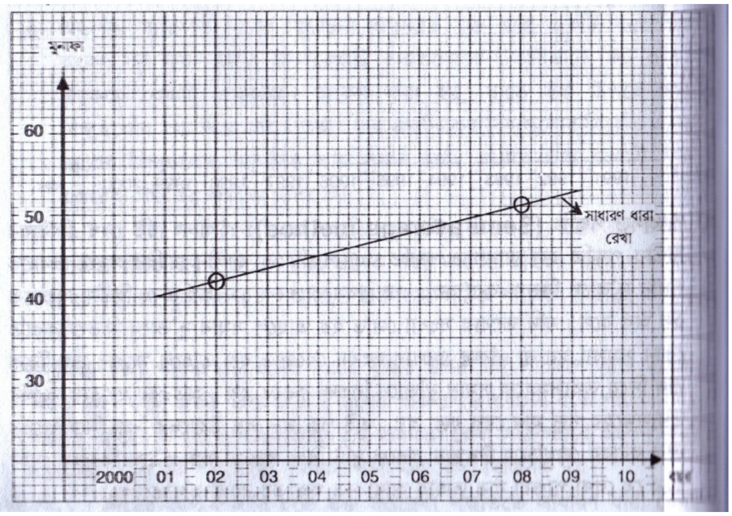
বছর	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
মুনাফা (কোটি টাকায়)	35	40	43	42	50	46	52	48	52	50	53

সমাধান: এখানে তথ্যের সংখ্যা ১১টি। যেহেতু তথ্যের সংখ্যা বিজোড়। অতএব মাঝখানের তথ্যটি বাদ দিয়ে কালীন সারিকে সমান দু'ভাগে ভাগ করা হল। অত:পর প্রত্যেক অর্ধের গড় মুনাফা নির্ণয় করা হল। এই গড় মানদ্বয় প্রত্যেক অর্ধাংশের মাঝ বরাবর ছক কাগজে উপস্থাপন করে দু'টি করে বিন্দু পাওয়া গেল। উক্ত বিন্দুদ্বয় যোগ করে প্রাপ্ত রেখাই আধা গড় পদ্ধতির সাধারণ ধারা রেখা।

১ম অর্ধাংশের গড় $=\frac{35+40+43+42+50}{5}=42$

২য় অর্ধাংশের গড় $=\frac{52+48+52+50+53}{5}=51$

নিম্নে সাধারণ ধারা রেখা অংকন করা হল−



গ. চলমান গড় পদ্ধতি (Moving average method): কালীন গতি রেখা নির্ণয়ের তৃতীয় পদ্ধতি হল চলমান গড় পদ্ধতি। এ পদ্ধতিতে প্রথমে তথ্য সারির উঠতি নামতির সময় বা দোলন সময় সঠিকভাবে নির্বাচন করতে হয় এবং ঐ দোলন সময়কে ভিত্তি ধরে চলমান গড় পদ্ধতিতে কালীকে গতি রেখা নির্ণয় করা হয়। যদি দোলন সময় (ধরি n) বেজোড় হয় তাহলে নিম্নলিখিত ধাপে অগ্রসর হতে হয়:-

i. প্রদত্ত তথ্যের প্রথম n সংখ্যক তথ্য সমূহের গড় মান বের করে, গড় মানটি উক্ত তথ্য সমূহের মাঝ বরাবর বসানো হয়।

ii. অত:পর প্রথম তথ্যটিকে বাদ দিয়ে আবার n সংখ্যক তথ্য সমূহের গড় মান বের করে, গড় মানটি উক্ত তথ্য সমূহের মাঝ বরাবর বসানো হয়।

iii. এভাবে শেষ n সংখ্যক তথ্য সমূহ পর্যন্ত গড় মান বের করে, গড় মানটি উক্ত তথ্য সমূহের মাঝ বরাবর বসানো হয়। এভাবে নির্ণীত মান সমূহকে চলমান গড় পদ্ধতির দীর্ঘকালীন গতিরেখা বলে।

যদি দোলন সময় জোড় হয় তাহলে উপরে বর্ণিত পদ্ধতিতে নির্ণীত মান সমূহ কোন নির্দিষ্ট সময় বরাবর পাওয়া যায় না। এক্ষেত্রে নির্ণীত গড় মান সমূহের প্রথম দুটিকে নিয়ে গড় বের করে উহাদের মাঝ বরাবর বসাতে হবে। অত:পর প্রথম গড় মানটি বাদ দিয়ে আবারও দুটি গড় মান নিয়ে গড় বের করে উহাদের মাঝ বরাবর বসাতে হবে। এভাবে যতক্ষণ পর্যন্ত নতুন গড় মান পাওয়া যাবে ততক্ষণ পর্যন্ত বের করতে হবে। ফলে প্রাপ্ত মানগুলো নির্দিষ্ট সময় বরাবর হবে। এভাবে নির্ণীত মানসমূহও এই পদ্ধতির কালিক মান। এভাবে প্রাপ্ত কালীক মানসমূহ ছক কাগজে বসিয়ে কালীক রেখা পাওয়া যায়।

সুবিধা: (ক) এটি সহজে গণনা করা যায়। (খ) মূল তথ্যে কোন অতিরিক্ত তথ্যের সংযোজন ঘটলে গণনা কার্য সম্পূর্ণরূপে পরিবর্তন করার প্রয়োজন হয় না। (গ) এ পদ্ধতিতে চক্রক্রমিক পরিবর্তনশীলতা সম্পূর্ণরূপে দূরীভূত হয়। (ঘ) যদি দোলন সময়কে সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায় তাহলে অনিয়মিত পরিবর্তনশীলতা বহুলাংশে হ্রাস পায়।
অসুবিধা: (ক) এ পদ্ধতিতে কালীন সারির প্রত্যেক পর্যায়ের প্রবণতা পরিমাপ করা যায় না। (খ) এক্ষেত্রে ভবিষ্যৎ বাণী করা যায় না। (গ) এক্ষেত্রে প্রাপ্ত গড় মান প্রান্তীয় মান দ্বারা প্রভাবিত হয়। (ঘ) যদি প্রবণতার পরিমাপ সরলরৈখিক না হয় তাহলে এ পদ্ধতি প্রয়োগ করা যথাযথ নয়। (ঙ) এ পদ্ধতিতে অনিয়মিত ভেদ সম্পূর্ণরূপে দূরীভূত হয় না।

উদাহরণ-৩: নিম্নের কালীন সারি হতে (i) ৩ বছর ও (ii) ৪ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু গড় নির্ণয় করুন:

বছর	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
মুনাফা (কোটি টাকা)	96	101	83	93	106	101	83	79	110	101	88	106

সমাধান: (i) নিম্নে ৩ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু গড় নির্ণয় করা হলঃ

বছর	মুনাফা	৩ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু সমষ্টি	৩ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু গড়
2011	96		
2012	101	280	93.33
2013	83	277	92.33
2014	93	282	94
2015	106	300	100.00
2016	101	290	96.67
2017	83	263	87.67
2018	79	272	90.67
2019	110	290	96.67
2020	101	299	99.67
2021	88	295	98.33
2022	106		

সমাধান: (ii) নিম্নে ৪ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু গড় নির্ণয় করা হলঃ

বছর	মুনাফা	৪ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু সমষ্টি	৪ বছর ভিত্তিক চলিষ্ণু গড়	কেন্দ্রীয় মান
2011	96			
2012	101			
		373	93.25	
2013	83			94.50
		383	95.75	
2014	93			95.75
		383	95.75	
2015	106			95.75
		383	95.75	
2016	101			94.00
		369	92.25	
2017	83			92.75
		3743	93.25	
2018	79			93.20
		373	93.25	
2019	110			93.80

		378	94.5	
2020	101			97.88
		405	101.25	
2021	88			
2022	106			

ঘ. **ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতি (Least square method):** কালীক সারির তথ্য সমুহের মধ্যে সরল রৈখিক প্রবনতা পরিলক্ষিত হলে ক্ষুদ্রতম বর্গ পদ্ধতির সাহায্যে কালীক প্রবণতা রেখা নির্ণয় করা যায়। এ পদ্ধতিতে দীর্ঘকালীন প্রবণতা রেখা এমনভাবে ফিট করতে হয় যাতে নিম্নের শর্ত দুটি পূরণ হয়।

(i) $\Sigma(Y-Y_c) = 0$ অর্থাৎ অধীন চলক Y এর প্রকৃত মান নিরূপিত মানের বিচ্যুতির সমষ্টি শূন্য হবে।

(ii) $\Sigma(Y-Y_c)^2$ ন্যূনতম হবে অর্থাৎ অধীন চলক, Y এর প্রকৃত মান ও নিরূপিত মানের বিচ্যুতির বর্গের সমষ্টি ন্যূনতম হবে।

ধরি $Y_c = a + bX$ দীর্ঘকালীন প্রবণতা রেখা।

এখানে Y_c হল নিরূপিত মান, X হচ্ছে সময়ের পরিবর্তন নির্দেশক চলক, a হচ্ছে ছেদক, b হচ্ছে প্রবণতা রেখার ঢাল।

এখন a ও b এর মান নির্ণয়ের সূত্র নিম্নরূপে পাওয়া যায়–

যেহেতু $\Sigma(Y-Y_c)^2$ বা, $\Sigma(Y-a-bx)^2$ এর মান ন্যূনতম হবে।

সুতরাং প্রয়োজনীয় শর্তানুসারে–

$$\frac{\partial\Sigma(Y-a-bx)^2}{\partial a} = 0$$

বা, $-2\Sigma(Y-a-bx) = 0$

বা, $\Sigma(Y-a-bx)=0$

বা, $\Sigma Y-na-b\Sigma X = 0$

$\therefore \Sigma Y = na+b\Sigma X$... ... ... (i)

আবার $\frac{\partial\Sigma(Y-a-bx)^2}{\partial b} =০$

বা, $-2\Sigma(Y-a-bX)X = 0$

বা, $\Sigma(Y-a-bX)X = 0$

বা, $\Sigma(XY-aX-bX^2) = 0$

বা, $\Sigma XY-a\Sigma X-b\Sigma X^2 = 0$

$\therefore \Sigma XY = a\Sigma X+b\Sigma X^2$ ... ... (ii)

যেহেতু কালীন সারির মাঝামাঝি সময়কে শূন্য ধরে X এর মান পাওয়া যায়। ফলে সর্বদা $\Sigma X = 0$ হবে।

$$\therefore a = \frac{\Sigma Y}{n} = \overline{Y}$$

এবং $b = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2}$

এখন a ও b এর সূত্রের সাহায্যে তাদের মান নির্ণয় করে দীর্ঘকালীন প্রবণতা সমীকরণে বসিয়ে দীর্ঘকালীন প্রবণতা রেখা নির্ণয় করা যায়। অত:পর X এর মান বসিয়ে দীর্ঘকালীন প্রবণতার মানও র্নিণয় করা যায়।

সুবিধা:

ক. এ পদ্ধতিতে প্রবণতার মান গাণিতিকভাবে নির্ণয় করা যায়।

খ. এক্ষেত্রে সহজেই ভবিষ্যৎ বাণী করা যায়।
গ. এক্ষেত্রে প্রত্যেক বছরের সাধারণ ধারার মান পাওয়া যায়।
ঘ. এ পদ্ধতি রৈখিক ও অরৈখিক উভয় ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায়।

অসুবিধা:

ক. এই পদ্ধতি অপেক্ষাকৃত জটিল।
খ. কালীন সারিতে নতুন তথ্যের সংযোজন ঘটলে গণনা কার্য পুনরায় করতে হয়।
গ. সময়ে সাথে তথ্যের সম্পর্ক রৈখিক না অরৈখিক সঠিকভাবে স্থির করা না গেলে যথাযথ কালীক প্রবণতা রেখা পাওয়া যায় না।

উদাহরণ-৪: নিম্নের কালীন সারি হতে সাধারণ ধারা সমীকরণ নির্ণয় করুন:

বছর	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**
প্রতিষ্ঠানের আয় (হাজার টাকা)	16	25	18	29	24

সমাধান: ধরি সাধারণ ধারা সমীকরণ, $Y_c = a + bX$

বছর	প্রতিষ্ঠানের আয় (Y)	X	XY	X^2
2018	16	-2	-32	4
2019	25	-1	-25	1
2020	18	0	0	0
2021	29	1	29	1
2022	24	2	48	4
	$\Sigma Y = 112$		$\Sigma XY = 20$	$\Sigma X^2 = 10$

এখানে ছেদক, $a = \bar{Y}$

$$= \frac{\Sigma Y}{n}$$

$$= \frac{112}{5}$$

$$= 22.4$$

এবং ঢাল, $b = \dfrac{\Sigma XY}{\Sigma X^2}$

$$= \frac{20}{10}$$

$$= 2$$

$\therefore$ সাধারণ ধারা সমীকরণ, $Y_c = 22.4 + 2X$

সারসংক্ষেপ

কালীন সারির উপাদানের বিভিন্ন প্রবণতা লক্ষ্য করা যায়। নির্ধারিত বিন্দু পদ্ধতি, আধাগড় পদ্ধতি, লৈখিক পদ্ধতি, চলমানগড় পদ্ধতি এবং ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতির মাধ্যমে কালীন সারির প্রবনতা নির্ণয় করা হয়।

পাঠ-৯.৪ কালীন সারির পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : ঋতুগতভেদ
Methods of Measurement of Time series Seasonal Variation

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- কালীন সারির ঋতুগতভেদ পরিমাপ করতে পারবেন;

কালীন সারি পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : ঋতুগত ভেদ
Methods of Measurement of Seasonal Variation

ঋতুভেদে পরিমাপ এবং পর্যালোচনা কালীন সারির একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ। ঋতুভেদে এর প্রধান উদ্দেশ্য হল– ঋতুগত ভেদের প্রভাব আলাদা করে প্রকাশ করা ও ঋতুগত ভেদের বিলোপ সাধন করা ঋতু গত ভেদের মাধ্যমে যুগব্যাপি ধারা, চক্রক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি অনিয়মিত ভেদের প্রভাব নির্ণয় করা।

ঋতুগত ভেদ বা সূচক পরিমাপের জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতিগুলো প্রয়োগ করা হয়। যথা:

ক. সহজ গড় পদ্ধতি (Simple Average Method)
খ. সাধারণ ধারা বা প্রবণতা অনুপাত পদ্ধতি (Ratio to Trend Method)
গ. চলমান গড় অনুপাত পদ্ধতি (Ratio to Moving Average Method)
ঘ. সংযোগকারী আপেক্ষিক পদ্ধতি (Link Relative Method)

ক. সহজ গড় পদ্ধতি (Simple Average Method): এটি ঋতুগত ভেদ নির্ণয়ের সবচেয়ে সহজ পদ্ধতি। কালীন সারির তথ্য সমূহ বছরের প্রেক্ষিতে ত্রৈমাসিক, মাসিক, সাপ্তাহিক বা দৈনিক ভিত্তিতে দেয়া থাকলে এ পদ্ধতিতে ঋতুগত ভেদ নির্ণয় করা যায়। এ পদ্ধতির ধাপ সমূহ নিম্নে বর্ণিত হল:

প্রথমত: বিভিন্ন বছরের মাসিক বা ত্রৈমাসিক তথ্যগুলো হতে মাসিক বা ত্রৈমাসিক গড় নির্ণয় করা হয়।

দ্বিতীয়ত: মাসিক বা ত্রৈমাসিক গড় সমূহ হতে সার্বিক গড় নির্ণয় করা হয়। অর্থাৎ সম্মিলিত গড় নির্ণয় করা হয়।

তৃতীয়ত: (i) যদি কালীন সারির উপাদানগুলোর মধ্যে যোজনশীল সম্পর্ক বিদ্যমান থাকে তাহলে প্রত্যেক মাসিক বা ত্রৈমাসিক গড় হতে সম্মিলিত গড় বাদ দিয়ে ঋতুগত ভেদ নির্ণয় কর হয়। (ii) যদি কালীন সারির উপাদানগুলোর মধ্যে গুণনশীল সম্পর্ক বিদ্যমান থাকে তাহলে প্রত্যেক মাসিক বা ত্রৈমাসিক গড়কে সম্মিলিত গড় দ্বারা ভাগ করে ১০০ দ্বারা গুণ করে ঋতুগত সূচক নির্ণয় করা যায়।

গুণন মডেলের ক্ষেত্রে সূচকগুলোর যোগফল মাসিক ঋতুগত সূচকের ক্ষেত্রে ১২০০ এবং ত্রৈমাসিক ঋতুগত সূচকের ক্ষেত্রে ৪০০ হবে।

যোগমডেলের ক্ষেত্রে ঋতুগত সূচকগুলোর যোগফল শূন্য হবে।

এই পদ্ধতিটি সঠিক ঋতুগত ভেদ বা সূচক নির্ণয়ের সবচেয়ে সহজ পদ্ধতি। তবে এই পদ্ধতিতে সঠিক ঋতুগত ভেদ নির্ণীত হয় না।

খ. সাধারণ ধারা বা প্রবণতা অনুপাত পদ্ধতি (Ration to Trend Method): প্রবণতা-অনুপাত পদ্ধতির সাহায্যে ঋতুগত সূচক নির্ণয়ের ধাপ সমূহ নিম্নে বর্ণিত হল:

ধাপ-১ : প্রদত্ত মাসিক বা ত্রৈমাসিক তথ্যগুলো হতে প্রত্যেক বছরের গড় নির্ণয় করা হয়। উক্ত গড় মান গুলোকে অধীন চলক (Y) এবং বছরকে স্বাধীন চলক (X) ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতিতে বাৎসরিক সরল রৈখিক

প্রবণতা রেখা নির্ণয় করা হয়। এই বাৎসরিক সরলরৈখিক প্রবণতা রেখা হতে মাসিক বা ত্রৈমাসিক প্রবণতা বের করা হয়।

ধাপ-২ : প্রাপ্ত মাসিক বা ত্রৈমাসিক সরলরৈখিক প্রবণতা রেখা হতে প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিক এর প্রবণতার মান বের করা হয়।

ধাপ-৩ : (i) যদি কালীন সারির উপাদান গুলোর মধ্যে যোজনীশীল সম্পর্ক থাকে তাহলে প্রদত্ত তথ্য হতে প্রবণতার মান বিয়োগ করে প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের যে মানসমূহ পাওয়া যায় তাদের গড় নির্ণীয় করা হয়। এভাবে প্রাপ্ত গড় মানগুলোই ঋতুগত ভেদ।

(ii) যদি কালীন সারির উপাদানগুলোর মধ্যে গুণনশীল সম্পর্ক থাকে তাহলে প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিক এর প্রদত্ত তথ্যকে উহাদের নিজ নিজ প্রবণতার মান দ্বারা ভাগ করে ১০০ দ্বারা গুণ করে প্রত্যেক বছরের প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের প্রবণতা-অনুপাত পদ্ধতির মান নির্ণয় করা হয়। এর ফলে কালীন সারির সাধারণ ধারা মান দূরীভূত হয়। এ প্রাপ্ত প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিক এর মানগুলোর গড় মান হচ্ছে ঐ মাসের বা ত্রৈমাসিক এর ঋতুগত সূচক। এর ফলে অনিয়মিত ভেদ দূরীভূত হয়।

ধাপ-৪ : এভাবে প্রাপ্ত ঋতুগত সূচক গুলোর সমষ্টি মাসিকের ক্ষেত্রে ১২০০ এবং ত্রৈমাসিকের ক্ষেত্রে ৪০০ না হলে প্রত্যেক সূচককে সূচক গুলোর সমষ্টি দ্বারা ভাগ করে মাসিকের ক্ষেত্রে ১২০০ এবং ত্রৈমাসিকের ক্ষেত্রে ৪০০ দ্বারা গুণ করলে শুদ্ধিকৃত ঋতুগত সূচক নির্ণীত হয়।

এই পদ্ধতিতে কালীন সারির সাধারণ ধারা মান এবং অনিয়মিত ভেদ দূরীভূত হলেও চক্রক্রমিক ভেদে প্রভাব থেকেই যায়। ফলে যথাযথ ঋতুগত সূচক এ পদ্ধতিতেও পাওয়া যায় না। এই পদ্ধতিকে ধারা অনুপাত বা ঝোঁক অনুপাত পদ্ধতিও বলে।

গ. **চলমান গড় অনুপাত পদ্ধতি (Ratio to Moving Average Method):** চলমান গড় অনুপাত পদ্ধতির সাহায্যে ঋতুগত সূচক নির্ণয়ের ধাপ সমূহ নিম্নে বর্ণিত হলো:

ধাপ-১: প্রদত্ত তথ্যে প্রতি বছরে যতটি তথ্য থাকে তার ভিত্তিতে (যেমন: প্রতি বছরে ১২ মাস থাকলে ১২ মাস ভিত্তিক) চলমান গড় পদ্ধতিতে চলমান গড় বের করা হয়। এভাবে প্রাপ্ত মান সমূহ হচ্ছে বিভিন্ন বছরের মাসিক বা ত্রৈমাসিক সাধারণ ধারার (প্রবণতার) মান।

ধাপ-২: (i) যদি কালীন সারির উপাদানসমূহ যোজনশীল হয় তাহলে নির্ণীত প্রবণতার মান তার বিপরীতে প্রদত্ত তথ্য হতে বিয়োগ করে স্বল্পকালীন পরিবর্তনশীলতাসমূহ নির্ণয় করা হয়। অত:পর প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের গড় বের করে গড় মানগুলো হতে সম্মিলিত গড় নির্ণয় করা হয়। এখন প্রত্যেক গড় মান হতে সম্মিলিত গড় বিয়োগ করে ঋতুগত ভেদসমূহ নির্ণয় করা হয়।

(ii) যদি কালীন সারির উপাদান সমূহের মধ্যে গুণনশীল সম্পর্ক থাকে তাহলে প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিক এর প্রদত্ত তথ্যকে উহাদের নিজ নিজ প্রবণতা মান দ্বারা ভাগ করে ১০০ দ্বারা গুণ করে প্রত্যেক বছরের প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিক এর চলমান গড়-অনুপাত পদ্ধতির মান নির্ণয় করা হয়। এর ফলে কালীন সারির সাধারণ ধারা মান দূরীভূত হয়। এ প্রাপ্ত প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের মানগুলোর গড় মান নির্ণয় করে উহাদের সম্মিলিত গড় নির্ণয় করতে হবে। এর ফলে অনিয়মিত ভেদ দূরীভূত হয়।

ধাপ-৩ : প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের গড় মানকে সম্মিলিত গড় দ্বারা ভাগ করে ১০০ দ্বারা গুণ করে যে মান পাওয়া যায় তাই প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের ঋতুগত সূচক। এর ফলে কালীন সারির চক্রক্রমিক ভেদও দূরীভূত হয়।

এই পদ্ধতিটি ঋতুগত সূচক নির্ণয়ের সবচাইতে যথাযথ এবং বহুল ব্যবহৃত পদ্ধতি। এই পদ্ধতির ক্ষেত্রে কালীন সারির সাধারণ ধারা মান, চক্রক্রমিক ভেদ এবং অনিয়মিত ভেদ দূরীভূত হয়। এক্ষেত্রে সীমাবদ্ধতা হচ্ছে প্রত্যেক বছরের প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের মান পাওয়া যায় না।

ঘ. **সংযোগকারী আপেক্ষিক পদ্ধতি (Link Relative Method):** সংযোগকারী আপেক্ষিক পদ্ধতিতে ঋতুগত সূচক নির্ণয়ের ধাপমূহ নিম্নে বর্ণিত হল-

ধাপ-১: কালীন সারির প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের মানকে পূর্ববর্তী মাসের বা ত্রৈমাসিকের মান দ্বারা ভাগ করে 100 দ্বারা গুণ করে সংযোগকারী আপেক্ষিক মান (LR) নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে প্রথম মাসের বা ত্রৈমাসিকের সংযোগকারী আপেক্ষিক মান পাওয়া যায় না।

ধাপ-২: প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের সংযোগকারী আপেক্ষিক মানগুলোর গড় নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে নির্ণীত গড় মান যদি প্রান্তিক মান দ্বারা প্রভাবিত হয় তাহলে মধ্যমা নির্ণয় করা উত্তম।

ধাপ-৩: আপেক্ষিক গড় মানগুলো হতে একটি সাধারণ ভিত্তি কালের সাপেক্ষে শৃংখলিত সংযোগকারী আপেক্ষিক মান (CR) নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে সাধারণত: প্রথম মাস বা ত্রৈমাসিককে ভিত্তি কাল ধরা হয় অর্থাৎ প্রথম মাস বা ত্রৈমাসিকের শৃংখল আপেক্ষিক মান 100 ধরা হয়। এখন পরবর্তী প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের সংযোগকারী আপেক্ষিক মানকে (LR) পূর্ববর্তী মাস বা ত্রৈমাসিকের শৃংখল আপেক্ষিক মান দ্বারা গুণ করে 100 দ্বারা ভাগ করলে প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের শৃংখল আপেক্ষিক মান (CR) নির্ণীত হয়। এক্ষেত্রে সূত্রটি নিম্নরূপ:

কোন মাসের বা ত্রৈমাসিকে শৃংখল আপেক্ষিক মান,

$$CR = \frac{\text{ঐ মাসের বা ত্রৈমাসিকের } LR \times \text{পূর্ববর্তী মাসের বা ত্রৈমাসিকের } CR}{100}$$

ধাপ-৪ : এভাবে প্রাপ্ত CRসমূহ সাধারণ ধারা মান দ্বারা প্রভাবিত হয়। তাই ১ম মাসের বা ত্রৈমাসিকের ২য় CR নিম্নের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

১ম মাসের বা ত্রৈমাসিকের ২য় CR

$$= \frac{\text{১ম মাসের বা ত্রৈমাসিকের } LR \times \text{১২তম মাসের বা ৪র্থ ত্রৈমাসিকের } CR}{100}$$

এখন ১ম মাসের বা ত্রৈমাসিকের CR দু'টির গড় পার্থক্য (d) নিম্নের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় ত্রৈমাসিকের ক্ষেত্রে $d = \frac{Q_1\text{এর ২য় CR} - 100}{4}$ $d = \frac{Q_1 - 100}{4}$

ধাপ-৫ : এখন d এর সাহায্যে প্রত্যেক মাসের বা ত্রৈমাসিকের সংশোধিত CR নির্ণয় করা হয়। (ত্রৈমাসিকের ক্ষেত্রে সংশোধিত CR গুলো Q_1, Q_2 = দ্বিতীয় ত্রৈমাসের CR-d, Q_3= তৃতীয় ত্রৈমাসের CR-2d এবং Q_4= চতুর্থ ত্রৈমাসের CR-3d)

ধাপ-৬ : যদি নির্ণীত সূচক সমূহের সমষ্টি মাসের ক্ষেত্রে 1200 অথবা ত্রৈমাসিকের ক্ষেত্রে 400 না হয় তাহলে শুদ্ধিগত সূচক নির্ণয় করতে হবে।

শুদ্ধিপদ = $\frac{400}{\sum Qi}$ প্রকৃত ঋতুগত সূচক হলো:

$Q_1 \times$ শুদ্ধিপদ, $Q_2 \times$ শুদ্ধিপদ, $Q_3 \times$ শুদ্ধিপদ, $Q_4 \times$ শুদ্ধিপদ।

এই পদ্ধতিটি বেশ জটিল। ইহা কালীন সারির উপাদানগুলোর গুণনশীল সম্পর্কে ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। তবে গড় অনুপাত পদ্ধতির তুলনায় এ পদ্ধতিতে হিসাব-নিকাশ কম। আবার সরলরৈখিক সাধারণ ধারার কালীন সারির ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি সবচাইতে উত্তম।

উদাহরণ-11: নিম্নের কালীন সারিতে উৎপাদনের তথ্য দেয়া আছে-

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে
2021	30	35	40	38	43

2022	35	32	43	39	45
2023	40	38	46	43	50

ঋতুগত সূচক নির্ণয় করুন-

ক. সহজ গড় পদ্ধতিতে

খ. প্রবণতা অনুপাত পদ্ধতিতে

গ. চলিষ্ণুগড় অনুপাত পদ্ধতিতে

ঘ. সংযোগকারী আপেক্ষিক পদ্ধতিতে

সমাধান

ক. নিম্নের সারণিতে সহজ গড় পদ্ধতিতে ঋতুগত সূচক নির্ণয় কর হল:

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	সম্মিলিত গড় $(\overline{\overline{X}})$
2021	30	35	40	38	43	
2022	35	32	43	39	45	
2023	40	38	46	43	50	
গড় $(\overline{X})$	35	35	43	40	46	39.8
ঋতুগত সূচক $\left(\frac{\overline{X}}{\overline{\overline{X}}}\times100\right)$	87.94	87.94	108.04	100.50	115.58	

খ. প্রবণতা অনুপাত পদ্ধতিতে ঋতুগত সূচক নির্ণয়:

ধরি, কালীক সমীকরণ, $Y_c = a + bX$

কালীক সমীকরণ নির্ণয়ের সারণী

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	গড় $(\overline{Y})$	X (2022)	$X\overline{Y}$	X^2
2021	30	35	40	38	43	37.20	-1	-37.20	
2022	35	32	43	39	45	38.80	0	0	
2023	40	38	46	43	50	43.40	1	43.40	
						$\Sigma\overline{Y} = 119.4$		$\Sigma XY = 6.20$	$\Sigma X^2 = 2$

এখানে, ছেদক, $a = \overline{Y}$

$$= \frac{\Sigma Y}{n} = \frac{119.4}{3} = 39.8$$

ঢাল, $b = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} = \frac{6.20}{2} = 3.10$

কালীক সমীকরণ, $Y_e = 39.80 + 3.10X$

মাসিক কালিক সমীকরণ, $Y_e = 39.80 + \frac{3.10}{5}X$

$$= 39.80 + 0.62X$$

যেহেতু প্রদত্ত কালীন সারির মধ্যবিন্দু হচ্ছে 2022 সালের মার্চ মাস।

2022 সালের মার্চ মাসের কালিক মান = 39.80 + 0.62 (0)

= 39.80

কালীক মান নির্ণয় সারণী

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে
2021	35.46	36.08	36.70	37.32	37.94
2022	38.56	39.18	39.80	40.42	41.04
2023	41.66	42.28	42.90	43.52	44.14

ঋতুগত সূচক নির্ণয়ের সারণী-

কালীক মান নির্ণয় সারণী

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	সমষ্টি
2021	35.46	36.08	36.70	37.32	37.94	
2022	38.56	39.18	39.80	40.42	41.04	
2023	41.66	42.28	42.90	43.52	44.14	
গড় (ঋতুগত সূচক)	90.46	89.52	108.09	99.04	112.09	449.2

গ. চলিষ্ণু গড় অনুপাত পদ্ধতিতে ঋতুগত সূচক নির্ণয়-

চলিষ্ণু গড় পদ্ধতিতে কালীক মান নির্ণয়ের সারনী

বছর	মাস	উৎপাদন	5 মাস ভিত্তিক চলিষ্ণু সমষ্টি	5 মাস ভিত্তিক চলিষ্ণু গড়
2021	জানুয়ারি	30		
	ফেব্রুয়ারি	35		
	মার্চ	40	186	37.2
	এপ্রিল	38	191	38.2
	মে	43	188	37.6
2022	জানুয়ারি	35	191	38.2
	ফেব্রুয়ারি	32	192	38.4
	মার্চ	43	194	38.8
	এপ্রিল	39	199	39.8
	মে	45	205	41.0
2023	জানুয়ারি	40	208	41.6
	ফেব্রুয়ারি	38	212	42.4
	মার্চ	46	217	43.4
	এপ্রিল	43		
	মে	50		

ঋতুগত সূচক নির্ণয়ের সারণী

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	সম্মিলিত গড় ($\overline{\overline{X}}$)
2021	-	-	107.53	99.48	114.36	
2022	91.62	83.33	110.82	97.99	109.77	
2023	96.15	89.62	105.99	-	-	
গড় ($\overline{X}$)	93.89	86.48	108.11	98.74	112.07	99.86
ঋগতগত সূচক $\left(\frac{\overline{X}}{\overline{\overline{X}}}\times 100\right)$	94.02	86.60	108.26	98.88	112.23	

ঘ. যোজনকারী আপেক্ষিক পদ্ধতিতে ঋতুগত সূচক নির্ণয়-

প্রত্যেক তথ্যকে পূর্ববর্তী তথ্য দ্বারা ভাগ করে 100 দ্বারা গুণ করে ১ম তথ্য ব্যতীত অন্যান্য তথ্যের যোজনকারী আপেক্ষিক মান নির্ণয় করা হয়েছে।

বছর	জানুয়ারি	ফেব্রুয়ারি	মার্চ	এপ্রিল	মে	
2021	-	11667	11429	9500	11316	
2022	8140	9143	13438	9070	11538	
2023	8889	9500	12105	9348	11628	
গড় (LR)	8515	10103	12324	9306	11494	
শৃংখল আপেক্ষিক মান (CR)	100	$\frac{101.03\times 100}{100}$ = 101.03	$\frac{123.24\times 101.03}{100}$ = 124.51	$\frac{93.06\times 124.51}{100}$ = 115.87	$\frac{114.94\times 15.87}{100}$ = 133.18	
শুদ্ধিকৃত (CR) আপেক্ষিক মান	113.4-5(2.68) = 100	101.03.-2.68 = 98.35	124.51-2(2.68) = 119.15	115.87-3(2.68) = 107.83	133.18-4(2.68) = 122.46	গড় = 109.56
ঋতুগত সূচক $\left(\frac{\text{শুদ্ধিকৃত}\,CR}{109.56}\times 100\right)$	91.27	89.77	108.75	98.42	111.77	

জানুয়ারি মাসের ২য় CR $= \frac{85.15\times 133.18}{100}$

$= 113.40$

প্রত্যেক মাসের ব্যবধান, $= \frac{113.40-100}{5} = 2.68$

সারসংক্ষেপ

ঋতুভেদে পরিমাপ এবং পর্যালোচনা কালীন সারির একটি গুরুত্ব পূর্ণ অংশ ঋতুগত ভেদ স্বল্প কালীন সময় সীমার মধ্যে সীমাবদ্ধ।

পাঠ-৯.৫ কালীন সারির পরিমাপ নির্ণয় পদ্ধতি : চক্রক্রমিক ভেদ ও অনিয়মিত ভেদ

Methods of Measurement of Time Series : Cyclical Variation and Irregular Variation

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- কালীন সারির চক্রক্রমিক ভেদ ও অনিয়মিত ভেদ পরিমাপ করতে পারবেন।

চক্রক্রমিক ভেদ পরিমাপের পদ্ধতি

Methods of Measurement of Cyclical Variation

ঋতুগত ভেদের তুলনায় চক্রক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি অনেকটা দীর্ঘমেয়াদী। চক্রক্রমিক ভেদের পুনরাবৃত্তি নির্দিষ্ট ঋতুভিত্তিক নহে এবং অন্যদিকে ইহা দীর্ঘকালীন গতিশীলতা ও দেখায় না আবার অনিয়মিত ভেদের মত শৃঙ্খলিতও নয়।

কালীন সারি হতে কালীক প্রবণতা (T), ঋতুগত ভেদ (S) এবং অনিয়মিত ভেদ (I) প্রভৃতি দূরীভূত করে চক্রক্রমিক ভেদ পরিমাপ করা হয়। কারণ ইহা সরাসরি পরিমাপ করা সাধারণত: সম্ভব নহে। নিম্নে চক্রক্রমিক ভেদ পরিমাপের পদ্ধতিটি বর্ণিত হল–

ধাপ-১: প্রথমে কালীন সারি হতে চলমান গড় পদ্ধতিতে কালীক মান (T) নির্ণয় করা হয়।

ধাপ-২: চলমান গড় অনুপাত পদ্ধতিতে ঋতুগত সূচক (S) নির্ণয় করা হয়।

ধাপ-৩: অত:পর কালীন সারির গুণনশীল মডেলের ক্ষেত্রে তথ্য (Y) কে (T×S) দ্বারা ভাগ অথবা যোজনশীল মডেলের ক্ষেত্রে তথ্য (Y) হতে (T+S) বিয়োগ করলে কালীন সারি হতে কালীক প্রবণতা ও ঋতুগত ভেদ দূরীভূত হয়।

ধাপ-৪: এভাবে প্রাপ্ত মানে (C×I) অথবা (C+I) বিদ্যমান থাকে। তাই উক্ত মান সমূহ হতে চলমান গড় নির্ণয় করা হলে অনিয়মিত ভেদ দুরীভূত হয় এবং চক্রক্রমিক ভেদ নির্ণীত হয়।

অনিয়মিত ভেদ পরিমাপের পদ্ধতি

Methods of Measurement of Irregular Variation

অনিয়মিত ভেদসমূহ বিশৃঙ্খলভাবে পরিলক্ষিত হয় এবং এগুলো সম্পূর্ণ অননুমেয় অথবা বিচ্ছিন্ন কোন কারণ অথবা ঘটনা দ্বারা শুদ্ধি হয়। কিছু কিছু অনিয়মিত ভেদ আছে। উহাদের কোন কারণ নির্দিষ্ট করা যায় না। কালীন সারিতে যেসব তারতম্য অন্য তিনটি উপাদানে অন্তর্ভুক্ত করা যায় না সেগুলিকে অনিয়মিত ভেদ বলা হয়।

দীর্ঘকালীন প্রবণতা ঋতুভেদ ও চক্রক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি নির্ণয়ের পর উপাদানসমূহের চিহ্নগুলি ব্যবহার করে অনিয়মিত ভেদ নির্ণয়ের মৌলিক পদ্ধতি হল অনিয়মিত ভেদ, $I = \frac{T \times S \times C \times I}{T \times S \times C}$ । যেহেতু অনিয়মিত ভেদ এর নির্দিষ্ট কোন গতিপথ বা উত্থান-পতনের চক্র নেই তাই এরূপে উপাদানের প্রভাব নির্ণয়ের কোন সুনির্দিষ্ট পদ্ধতি নেই। অনিয়মিত ভেদ নির্ণয়ের জন্য ঐতিহাসিক প্রেক্ষাপটে বিশ্লেষণই অধিক উল্লেখযোগ্য।

সারসংক্ষেপ

শিল্প বানিজ্যিক ক্ষেত্রে কোন পন্যের দাম হ্রাস-বৃদ্ধি একটি উল্লেখ যোগ্য ঘটনা। অনিয়মিত ভেদ নির্ণয়ের জন্য প্রেক্ষাপট বিশ্লেষন অধিক উল্লেখযোগ্য।

ইউনিট মূল্যায়ন

১। কালীন সারির সংজ্ঞা লিখুন। কালীন সারির বৈশিষ্ট্য গুলি বর্ণনা করুন।

২। ঋতুভেদ পরিবর্তনের সংজ্ঞা লিখুন। ঋতুভেদের সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখুন।

৩। কালীন সারি পরিমাপ পদ্ধতি আলোচনা করুন।

৪। ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতিতে কিভাবে দীর্ঘকালীন প্রভাব সমীকরণ পরিমাপ করা যায়, আলোচনা করুন।

৫। কালীন সারি সংজ্ঞা লিখুন। কালীন সারির উপাদানগুলো লিখুন।

৬। চলমান গড়ের সংজ্ঞা লিখুন। কালীন সারির তথ্যে চক্রীয়ভেদের পরিমাপের জন্য ও অন্যান্য ক্ষেত্রে এর ব্যবহারগুলি বর্ণনা করুন।

৭। দীর্ঘকালীন প্রবণতার সংজ্ঞা লিখুন। কালিন সারি তথ্যে $Y_f = a_0 + a_{১} t$ রেখাটি সন্নিবেশ করার পদ্ধতি আলোচনা করুন।

৮। কালীন সারির ঋতুভেদ বলতে কী বোঝায় লিখুন। ঋতুভেদে সূচক সংখ্যার ব্যবহারগুলি লিখুন।

৯। অনিয়মিত ভেদের সংজ্ঞা লিখুন।