আর্থিক ব্যবস্থাপনায় গণিতের ব্যবহার

Use of Mathematics in Financial Management

২

মৌলিক বিজ্ঞান ও গণিত আমাদের জীবনের সাথে ওতপ্রোতভাবে জড়িত। এই দুইয়ের মধ্যে বিজ্ঞানের স্থান প্রথমে হলেও গণিত ছাড়া আমাদের মোটেই চলে না। যেমন- ধরুন, জমানো টাকা ব্যাংকে রাখবেন। ব্যাংক আপনাকে সুদ দিবে। কিন্তু এই সুদ আপনাকে ইচ্ছামত দিবে না। একটি গাণিতিক পদ্ধতিতে হিসাব করে তা আপনাকে প্রদান করবে। সুদের হিসাবে যেমন গণিতের ব্যবহার হচ্ছে, ঠিক তেমনি গণিতের ব্যবহার ছাড়া আজকের আর্থিক ব্যবস্থাপনা সম্পূর্ণভাবে অচল। এই ইউনিটটি পাঠ করে আপনি আর্থিক ব্যবস্থাপনায় গণিতের ব্যবহার সম্পর্কে জানতে পারবেন।

ইউনিট সমাপ্তির সময়	ইউনিট সমাপ্তির সর্বোচ্চ সময় ২ সপ্তাহ
এই ইউনিটের পাঠসমূহ	
পাঠ-২.১ : অর্থের সময় মূল্য	
পাঠ-২.২ : বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য	
পাঠ-২.৩ : বার্ষিক বৃত্তির মূল্য	
পাঠ-২.৪ : মূল্যায়ন মডেল	
পাঠ-২.৫ : বন্ড ও শেয়ারের মূল্য নির্ণয়	

পাঠ-২.১ অর্থের সময় মূল্য
Time Value of Money

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- আর্থিক ব্যবস্থাপনায় গণিতের গূরুত্ব বর্ণনা করতে পারবেন;
- অর্থের সময়মূল্য, চক্রবৃদ্ধি ও বাট্টাকরণ, এই তিনটি গাণিতিক পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবেন; এবং
- আর্থিক সিদ্ধান্তে চক্রবৃদ্ধি ও বাট্টাকরণ পদ্ধতি কীভাবে সাহায্য করে তা বলতে পারবেন।

সূচনা (Introduction)

অন্যান্য কতিপয় সামাজিক বিজ্ঞান শিক্ষার ন্যায় আর্থিক ব্যবস্থাপনার ক্ষেত্রেও গণিতের ব্যবহার এক অবিচ্ছেদ্য অংশ। ‘আর্থিক ব্যবস্থাপনা'র মত একটি অতি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়ের ক্ষেত্রে একথা সমানভাবে প্রযোজ্য। বিভিন্ন কোম্পানি ও সংস্থা কর্তৃক কম্পিউটার এবং সংখ্যাতাত্ত্বিক উপাদান (Quantitative tools) -এর ক্রমবর্ধমান ব্যবহার এই গুরুত্বকে বরং বাড়িয়েই চলছে। তাই একজন আধুনিক আর্থিক ব্যবস্থাপককে সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে গাণিতিক বিশ্লেষণ (Quantitative analysis) -এর প্রচুর সাহায্য নেওয়ার প্রয়োজন হয়। একজন আর্থিক ব্যবস্থাপকের বিভিন্ন প্রকার গাণিতিক বিশ্লেষণে ব্যবহারের জন্য যে সব মৌলিক গাণিতিক ধারণা (concept) থাকা প্রয়োজন সেগুলি এবং সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে তা কীভাবে ব্যবহৃত হবে ইত্যাদির আলোচনা করাই এই পাঠের বিবেচ্য বিষয়।

অর্থের সময়মূল্য, চক্রবৃদ্ধি ও বাট্টাকরণ-

বর্তমানে প্রাপ্তব্য একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ নগদ প্রবাহ এবং একই অংকের ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য নগদ প্রবাহের মধ্যে বর্তমানের নগদ প্রবাহই অধিক পছন্দনীয়- এই ধারণাটিকে বলা হয় সময় পছন্দ তত্ত্ব (Time Preference Theory)| অর্থের এই সময় পছন্দ বা নগদ পছন্দের মূলে রয়েছে অর্থের সময়মূল্যের ধারণা।

অর্থের সময়মূল্য বিষয়টি আর্থিক ব্যবস্থাপনার একটি অত্যন্ত মৌলিক ধারণা। কোন ব্যক্তিকে বর্তমানে (আজ) ১,০০০টাকা গ্রহণ কিংবা এক বৎসর পরে ১,০০০টাকা গ্রহণ - এই দুটি বিকল্প দেওয়া হলে সে নিশ্চিতভাবে আজকে ১,০০০টাকা গ্রহণকেই শ্রেয় মনে করবে। বস্তুত অর্থের এই সময়মূল্যের পিছনে কতিপয় কারণ রয়েছে। এগুলো নিম্নরূপ :

- অধিকাংশ ব্যক্তিই ভোগ স্থগিতকরণের চেয়ে বর্তমান ভোগকে বেশি পছন্দ করেন।
- ভবিষ্যত সব সময়ই অনিশ্চিত। তাই ভবিষ্যতে সমপরিমাণ টাকার ক্রয় ক্ষমতা একই থাকবে কিনা, দেশের পরিস্থিতি বর্তমানের মত থাকবে কিনা কিংবা সবকিছু ঠিক থাকলেও সংশিগুষ্ট ব্যক্তি ভবিষ্যতে ভোগের জন্য বেঁচে থাকবেন কিনা ইত্যাদি নিশ্চিত করে বলা সম্ভব নয়।
- অর্থের একটি সুযোগ ব্যয় (opportunity cost) রয়েছে। এই সুযোগ ব্যয়ের কারণ হলো, বর্তমানে প্রাপ্তব্য অর্থ নির্দিষ্ট হারে বিনিয়োগ করা যেতে পারে এবং দীর্ঘমেয়াদে ভোক্তার (Consumer) মোট ভোগকার্য বৃদ্ধি করা সম্ভব হয়। যেমন- বর্তমানে প্রাপ্ত ১,০০০ টাকা ৮% হারে বিনিয়োগ করলে এক বছর পর মোট অর্থ দাঁড়ায় ১,০৮০ টাকা। এক্ষেত্রে এই অতিরিক্ত ৮০ টাকা উপার্জনের জন্য সংশিগুষ্ট ব্যক্তি এক বছর পর ১,০০০ টাকা প্রাপ্তির চেয়ে বর্তমানে ১,০০০টাকা প্রাপ্তিকে বেশি গুরুত্ব দিবেন।

অর্থের সময়মূল্যের এই ধারণা থেকে এটা স্পষ্ট যে, বর্তমানে ভোগ স্থগিত করে ভবিষ্যতের জন্য সঞ্চয়ে প্ররোচিত করতে হলে সংশিগুষ্ট ব্যক্তি বা ফার্মকে নির্দিষ্ট হারে ক্ষতিপূরণ দেওয়া প্রয়োজন। এই ক্ষতিপূরণের হার নির্ভর করে বাজারে বর্তমান সুদের হার, ভবিষ্যতের অনিশ্চয়তা, সম্ভাব্য বিনিয়োগ কার্যক্রমে বিদ্যমান ঝুঁকি ইত্যাদির উপর। অর্থের সময়মূল্যের

বিষয় বিবেচনা করে বিনিয়োগ সিদ্ধান্ত গ্রহণ ও বাস্তবায়নে গণিতের চক্রবৃদ্ধি ও বাট্টাকরণ পদ্ধতি আর্থিক ব্যবস্থাপনায় বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ।

সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে ব্যবহারের জন্য এবং দীর্ঘমেয়াদী বিনিয়োগের ক্ষেত্রে সময়মূল্য ধারণাটির প্রয়োগের জন্য সুদের কোন একটি নির্দিষ্ট হার ব্যবহার করা হয়। গণিতের চক্রবৃদ্ধি এবং বাট্টাকরণ পদ্ধতি এক্ষেত্রে সহায়তা করে।

(ক) চক্রবৃদ্ধি (Compounding)

চক্রবৃদ্ধি বলতে বুঝায় সুদ অর্জনের এমন একটি পদ্ধতি যেখানে পূর্ববর্তী বছরে অর্জিত সুদ আসলের সঙ্গে যোগ হয় এবং বর্তমান বছরের সুদ এই সম্মিলিত অংকের উপর হিসাব করা হয়। এভাবে ক্রমবর্ধমান আসলের উপর বিনিয়োগকালীন সময়ের মোট সুদ হিসাব করা হয়। সুতরাং চক্রবৃদ্ধি হল পূর্বে অর্জিত সুদের উপর সুদ অর্জনের একটি উপায়।

চক্রবৃদ্ধির এই প্রক্রিয়া বাৎসরিক, অর্ধবার্ষিক, ত্রৈমাসিক, মাসিক এমনকি দৈনিক অর্জিত সুদের উপর প্রযুক্ত হতে পারে। চক্রবৃদ্ধি যত পৌনঃপুনিক (Frequent) হবে, কার্যকরী বা প্রকৃত সুদের হার (Effective rate of interest) উল্লিখিত সুদের হারের (Nominal rate of interest) চেয়ে তত অধিক হবে।

১. বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি (Annual Compounding)

উদাহরণ

কোন ব্যক্তি বার্ষিক ১০% হার চক্রবৃদ্ধি সুদে ৫,০০০টাকা ব্যাংকে জমা রাখে। ২ বছর ও ৮ বছর পর তাঁর হিসাবে মোট কত টাকা জমা থাকবে?

সমাধান

এখানে, আসল A = ৫,০০০টাকা

সুদের হার r = ১০%

মোট চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা n = ২

দুই বছর পর	আট বছর পর
$T = A(১ + r)^{n}$ $= ৫,০০০(১ + ০.১০)^{২}$ $= ৫,০০০(১.১০)^{২}$ $= ৫,০০০(১.২১)$ = ৬,০৫০ টাকা	$T = A(১ + r)^{n}$ $= ৫,০০০(১ + .১০)^{৮}$ $= ৫,০০০ \times ২.১৪৩৬$ = ১০,৭১৮ টাকা

২. অর্ধবার্ষিক ও ত্রৈমাসিক চক্রবৃদ্ধি

(Semiannual and Quarterly Compounding)

উপর্যুক্ত সমস্যাটির ক্ষেত্রেই অর্ধবার্ষিক চক্রবৃদ্ধি প্রয়োগ করা হলে মোট চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা দাঁড়ায় বছরে ২টি, অর্থাৎ ২ বছরে (২ × ২) বা ৪টি এবং ৮ বছরে (২ × ৮) = ১৬ টি।

$$T = A(1+\frac{r}{M})^{MN}$$

২ বছর পর মোট জমা অর্থ	৮ বছর পর মোট জমা অর্থ
$T = 5{,}000\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times 2}$ =৫,০০০(১.০৫)^{8} =৫,০০০(১.২১৫৫) =৬,০৭৭ টাকা	$T = 5{,}000\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times 8}$ =৫,০০০(১.০৫)^{১৬} =৫,০০০(২.১৮২৯) =১০,৯১৪ টাকা

তেমনি ত্রৈমাসিক চক্রবৃদ্ধি প্রয়োগ করা হলে মোট চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা দাঁড়ায় বছরে ৪টি এবং ২ বছরে মোট (২×৪) বা ৮টি এবং ৮ বছরে (৮×৪) বা ৩২টি।

২ বছর পর মোট জমা অর্থ	৮ বছর পর মোট জমা অর্থ
$T = 5{,}000\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times 2}$ =৫,০০০(১.০২৫)^{৮} =৫,০০০(১.২১৮৪) =৬০৯২ টাকা	$T = 5{,}000\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times 8}$ =৫,০০০(১.০২৫)^{৩২} =৫,০০০(২.২০৩৮) =১১,০১৯ টাকা

আবার যদি জমাকৃত অর্থ প্রতিমাসে চক্রবৃদ্ধি হারে বৃদ্ধি পায় তাহলে মোট চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা দাঁড়ায় বছরে ১২ বার। সুতরাং, ২ বছরে M= ২×১২=২৪ বার; ৮বছরে M= ৮×১২=৯৬ বার হবে।

২ বছর পর মোট জমা অর্থ	৮ বছর পর মোট জমা অর্থ
$T = 5{,}000\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{2\times 12}$ =৫০০০(১.২২০৪) =৬১০২ টাকা	$T = 5{,}000\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{8\times 12}$ =৫০০০(২.২১৮২) =১১,০৯১ টাকা

বাট্টাকরণ (Discounting)

বাট্টাকরণ বলতে এমন একটি প্রক্রিয়া বুঝায় যার সাহায্যে ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য একটি নির্দিষ্ট সময় পর অর্জিত মোট টাকার বর্তমান মূল্য কত তা বের করা যায় বা ভবিষ্যতের কোন সময় পরে একটি নির্দিষ্ট হার সুদে নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা পেতে চাইলে বর্তমানে মোট কত টাকা জমা রাখতে হবে তা বের করা যায়।

বাট্টাকরণ আসলে চক্রবৃদ্ধির ঠিক বিপরীত প্রক্রিয়া। ১০০টাকা ১০% হারে ১ বছর পর হবে ১১০টাকা এবং দুই বছর পরে হবে ১২১টাকা, এটি হলো চক্রবৃদ্ধিকরণ। তেমনি ১১০টাকার ১০% হার বাট্টায় বর্তমান মূল্য ১০০ টাকা - এটি হলো বাট্টাকরণ। এ ব্যাপারে চক্রবৃদ্ধির ঠিক উল্টো প্রক্রিয়া বা সূত্র ব্যবহার করতে হয়।

ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য নগদ অর্থের বর্তমান মূল্য (Present value) নির্ণয়ের সূত্রটি নিম্নরূপ;

বর্তমান মূল্য (PV) = $\frac{A_N}{(1+r)^N}$

উদাহরণ হিসাবে বলা যায়, আজ থেকে আগামী ১, ২ ও ৩ বছরের শেষে প্রাপ্তব্য নগদ অর্থ যদি যথাক্রমে ২,০০০টাকা, ৩,০০০টাকা ও ৩,৫০০টাকা হয়, তাহলে ১০% হার সুদে তাদের বর্তমান মূল্য হবে,

$$PV= \frac{2,000}{(1+0.10)}+\frac{3,000}{(1.10)^2}+\frac{3,500}{(1.10)^3}$$

অর্থাৎ,

প্রথমবর্ষের ২,০০০টাকার বর্তমান মূল্য (PV) $= \frac{2000}{1.10}$ $=1818.18$ টাকা

দ্বিতীয় বর্ষের ৩,০০০টাকার বর্তমান মূল্য (PV)$= \frac{3,000}{(1.10)^2}=\frac{3,000}{1.21}=2,479.34$টাকা

তৃতীয় বর্ষের ৩,৫০০টাকার বর্তমান মূল্য (PV)$= \frac{3,500}{(1.10)^3}=\frac{3,500}{1.331}=2,629.60$টাকা

অর্থাৎ, ঐ তিন বছরের প্রবাহের মোট বর্তমান মূল্য =১,৮১৮.১৮+২,৪৭৯.৩৪+২,৬২৯.৬০ =৬৯২৭.১২ টাকা

সুতরাং দেখতে পারছেন, যদিও তিন বছরের মোট প্রাপ্তি ২০০০+৩০০০+৩৫০০=৮৫০০টাকা, কিন্তু তার বর্তমান মূল্য ৬,৯২৭.১২টাকা। বাট্টার হার যদি বাৎসরিক ভিত্তিতে হিসাব না করে ষান্মাসিক বা ত্রৈমাসিক বা মাসিক ভিত্তিতে হিসাব করা হয় তাহলে বর্তমান মূল নির্ণয়ের সূত্রটি হবে-

$$PV= \frac{A_N}{(1+\frac{r}{M})^{MN}}$$

এখানে,

A= ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য নগদ প্রবাহ

N= বছরের সংখ্যা

M= বছরে কত বার চক্রবৃদ্ধি হয় তার সংখ্যা

r = সুদের বা বাট্টার হার

এবার দেখা যাক, যদি বছরে দুইবার চক্রবৃদ্ধি বা বাট্টা করা হয়, অর্থাৎ ষান্মাসিক ভিত্তিতে বাট্টাকৃত হয়, তবে উপরে উল্লিখিত প্রাপ্তব্য নগদ অর্থের বর্তমান মূল্য হবে-

১ম বছরের প্রবাহের বর্তমান মূল্য $= \frac{2,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times1}}=\frac{2,000}{1.1025}=1,814.06$

২য় বছরের প্রবাহের বর্তমান মূল্য $= \frac{3,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times2}}=\frac{3,000}{1.2155}=2,468.12$

৩য় বছরের প্রবাহের বর্তমান মূল্য $= \frac{3,500}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times3}}=\frac{3,500}{1.34}=2,611.94$

অর্থাৎ, তিন বছরের মোট নগদ প্রবাহের বর্তমান মূল্য = (১,৮১৪.০৬ + ২,৪৬৮.১২ + ২,৬১১.৯৪) = ৬৮৯৪.১২

ফর্মূলা অনুযায়ী এভাবে দেখান যেতে পারে,

$$\text{বর্তমান মূল্য} = \frac{2{,}000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times1}} + \frac{3{,}000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times2}} + \frac{3{,}500}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times3}}$$

$$= \frac{2{,}000}{(1.05)^{2}} + \frac{3{,}000}{(1.05)^{4}} + \frac{3{,}500}{(1.05)^{6}}$$

$$= \frac{2{,}000}{1.1025} + \frac{3{,}000}{1.2155} + \frac{3{,}500}{1.34}$$

=১,৮১৮.০৬ + ২,৪৬৮.১২ + ২,৬১১.৯৪ = ৬,৮৯৪.১২

আবার যদি ত্রৈমাসিক ভিত্তিতে বাট্টা করা হয়, তাহলে বর্তমান মূল্য হবে,

$$PV = \frac{2{,}000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times1}} + \frac{3{,}000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times2}} + \frac{3{,}500}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times3}}$$

$$= \frac{2{,}000}{(1.025)^{4}} + \frac{3{,}000}{(1.025)^{8}} + \frac{3{,}500}{(1.025)^{12}}$$

$$= \frac{2{,}000}{1.1038} + \frac{3{,}000}{1.2184} + \frac{3{,}500}{1.3449}$$

=১,৮১১.৯২ + ২,৪৬২.২৫ + ২,৬০২.৪২= ৬,৮৭৬.৫৯ টাকা।

সারসংক্ষেপ :

- অর্থের নগদ পছন্দের মূলে রয়েছে অর্থের সময়মূল্যের ধারণা।
- অর্থের সময়মূল্য বিষয়টি আর্থিক ব্যবস্থাপনার একটি অত্যন্ত মৌলিক ধারণা।
- সুযোগ ব্যয়ের কারণ হলো, বর্তমানে প্রাপ্তব্য অর্থ নির্দিষ্ট হারে বিনিয়োগ করা যেতে পারে এবং দীর্ঘমেয়াদে ভোক্তার মোট ভোগকার্য বৃদ্ধি করা সম্ভব হয়।
- বর্তমানে ভোগ স্থগিত করে ভবিষ্যতের জন্য সঞ্চয়ে প্ররোচিত করতে হলে সংশিওষ্ট ব্যক্তি বা ফার্মকে নির্দিষ্ট হারে ক্ষতিপূরণ দেওয়া প্রয়োজন।
- চক্রবৃদ্ধি হলো পূর্বে অর্জিত সুদের উপর সুদ অর্জনের একটি উপায়।
- চক্রবৃদ্ধি যত পৌপঃপুনিক হবে, কার্যকরী বা প্রকৃত সুদের হার উল্লিখিত সুদের হারের চেয়ে তত অধিক হবে।

পাঠ-২.২ বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য

Present value and Terminal value

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- অর্থের বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য কী তা বলতে পারবেন;
- চক্রবৃদ্ধি ও বাট্টাকরণ প্রক্রিয়া ব্যবহার করে কীভাবে অর্থের বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য নির্ণয় করা যায় তা বর্ণনা করতে পারবেন এবং
- নির্ণীত বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য কীভাবে আর্থিক সিদ্ধান্ত গ্রহণে সাহায্য করে তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য (Present value & Terminal value)

অর্থের সময় মূল্য ধারণা থেকে আমরা নিম্নোক্ত দু'টি বিষয় বুঝতে পারি-

- বর্তমানে প্রাপ্ত অর্থ এবং ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য সমপরিমাণ অর্থ সংশ্লিষ্ট ব্যক্তির কাছে সমমূল্য বহন করে না। তেমনি ভবিষ্যতের বিভিন্ন সময়ে প্রাপ্তব্য সমপরিমাণ অর্থও একই পরিমাণ মূল্য বহন করে না।
- অর্থের সময় মূল্যের ধারণাকে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করা ও বিশ্লেষণ করা সম্ভব। অর্থাৎ বর্তমান ভোগ স্থগিত করার জন্য ক্ষতিপূরণ হিসাবে যে অতিরিক্ত অর্থ দেওয়া প্রয়োজন, তাকে ভোক্তার সময় অগ্রাধিকার হার (Time Preference Rate) রূপে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করা সম্ভব।

যেমন, কোন ব্যক্তিকে যদি বর্তমানে ১০০টাকার পরিবর্তে ১বছর পর ১১০টাকা দিতে হয়, তবে তাঁর সময় অগ্রাধিকার হার হবে ১০%।

অর্থের সময়মূল্য ধারণা, বাট্টাকরণ ও চক্রবৃদ্ধি -এই তিনের ভিত্তিতেই গড়ে উঠেছে বর্তমান মূল্য এবং প্রান্তীয় মূল্যের ধারণা।

বর্তমান মূল্য (Present value)- ভবিষ্যতের কোন সময়ে প্রাপ্য নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থের আজকের মূল্য কত তা বের করাই বর্তমান মূল্য হিসাব করার মূল উদ্দেশ্য।

আবার, কোন নির্দিষ্ট প্রয়োজনে নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থের প্রয়োজন হলে বর্তমান মূল্যে কত টাকার ভোগ স্থগিত বা সঞ্চয় করতে হবে তা বের করার জন্যও এই ধারণা ব্যবহার করা হয়।

বর্তমান মূল্য বের করার জন্য চারটি বিষয় জানা প্রয়োজন:

১. ভবিষ্যত অর্থের পরিমাণ- A

২. বাট্টার হার (Discounting rate)- r বা k

৩. ভবিষ্যত অর্থ প্রাপ্তির সময়- N

৪. বছরে কতবার চক্রবৃদ্ধি বা বাট্টা করা যায়- M

এক্ষেত্রে বাট্টার হার সম্পর্কে কিছু বলা প্রয়োজন। ভবিষ্যতে প্রাপ্য অর্থের আজকের মূল্য বের করার জন্য প্রাপ্য অর্থকে সংশ্লিষ্ট ব্যক্তির সময় অগ্রাধিকার হার দিয়ে বাট্টাকরণ করতে হবে। আগেই উল্লেখ করা হয়েছে যে, সময় অগ্রাধিকার হার নির্ভর করে (১) বাজারে বিদ্যমান সুদের হার ও (২) সংশ্লিষ্ট ঝুঁকির হারের উপর।

আরো উল্লেখ্য যে, ১ বছর পর প্রাপ্তব্য একই পরিমাণ অর্থের বর্তমান মূল্য বিভিন্ন ব্যক্তির কাছে বিভিন্ন রকম হতে পারে। এর কারণ হলো, ব্যক্তি ভেদে সময় অগ্রাধিকার হারের বা বাট্টার হারের তারতম্য হয়। কম ঝুঁকি পছন্দকারী ব্যক্তিগণ ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য অর্থ বেশি হার দিয়ে বাট্টাকরণ করেন। অন্যদিকে, অধিক ঝুঁকি পছন্দকারী ব্যক্তিগণ ভবিষ্যতে প্রাপ্তব্য

অর্থকে বাট্টাকরণ করার জন্য তুলনামূলকভাবে কম বাট্টার হার ব্যবহার করেন। প্রশ্নে সাধারণত বাট্টার হার উল্লেখ করা থাকে। বর্তমান মূল্য বের করার জন্য নিগোক্ত সূত্র ব্যবহার করা হয়-

A, K এবং N দেওয়া থাকলে বর্তমান মূল্য (PV) বের করার সূত্রটি হলো :

$$PV = \left[\frac{1}{(1+k)^N}\right] A$$

উদাহরণ

আপনি আজ একটি যন্ত্র ক্রয় করতে চান যার ক্রয়মূল্য ২০,০০০টাকা। ঐ যন্ত্রটি ব্যবহারের মাধ্যমে আগামী ৫ বছর নিগোক্ত নগদ অর্থ পাবেন।

বছর	নগদ প্রবাহ (টাকা)
১	৬,০০০
২	৭,০০০
৩	৪,০০০
৪	৮,০০০
৫	৪,০০০

বাৎসরিক বাট্রার হার ১০%। উক্ত পাঁচ বছরের নগদ প্রবাহের বর্তমান মূল্য কত হবে?

সমাধান

নগদ প্রবাহের বর্তমান মূল্য নির্ণয়ের তালিকা:

বছর	নগদ প্রবাহ (টাকা)	বর্তমান মূল্য (টাকা)
১	৬,০০০	$\frac{6,000}{1.10} = 5,454.54$
২	৭,০০০	$\frac{7,000}{(1.10)^2} = 5,785.12$
৩	৪,০০০	$\frac{4,000}{(1.10)^3} = 3,005.26$
৪	৮,০০০	$\frac{8,000}{(1.10)^4} = 5,464.48$
৫	৪,০০০	$\frac{4,000}{(1.10)^5} = 2,48,2.93$
		মোট =২২,১৯,২.৩৩

অর্থাৎ,

$$= \frac{6,000}{1.10} + \frac{7,000}{(1.10)^2} + \frac{4,000}{(1.10)^3} + \frac{8,000}{(1.10)^4} + \frac{4,000}{(1.10)^5}$$

$$= \frac{6,000}{1.10} + \frac{7,000}{1.21} + \frac{4,000}{1.331} + \frac{8,000}{1.464} + \frac{4,000}{1.611}$$

= ৫,৪৫৪.৫৪ + ৫,৭৮৫.১২ + ৩,০০৫.৩৩ + ৫,৪৬৪.৪৮ + ২,৪৮২.৯৩ =২২,১৯২.৩৩ টাকা

ষান্মাসিক ভিত্তিতে বাট্টাকৃত উল্লিখিত নগদ প্রবাহের বর্তমান মূল্য হবে,

$$= \frac{6,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times1}} + \frac{7,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times2}} + \frac{4,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times3}} + \frac{8,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times4}} + \frac{4,000}{\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2\times5}}$$

$$= \frac{6,000}{1.103} + \frac{7,000}{1.216} + \frac{4,000}{1.340} + \frac{8,000}{1.477} + \frac{4,000}{1.629}$$

=৫,৪৩৯.৭১ + ৫,৭৫৬.৫৮ + ২,৯৮৫.০৭ +৫,৪১৬.৩৮ + ২,৪৫৫.৪৯

=২২,০৫৩.২৩ টাকা

ত্রৈমাসিক ভিত্তিতে বাট্টাকৃত উল্লিখিত নগদ প্রবাহের বর্তমান মূল্য হবে,

$$= \frac{6,000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times1}} + \frac{7,000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times2}} + \frac{4,000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times3}} + \frac{8,000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times4}} + \frac{4,000}{\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times5}}$$

$$= \frac{6,000}{1.104} + \frac{7,000}{1.218} + \frac{4,000}{1.344} + \frac{8,000}{1.485} + \frac{4,000}{1.639}$$

=৫,৪৩৪.৭৮ + ৫,৭৪৭.১৩ + ২,৯৭৬.১৯ + ৫,৩৮৭.২১ + ২,৪৪০.৫১ =২১,৯৮৫.৮২ টাকা

মাসিক ভিত্তিতে বাট্টাকৃত উল্লিখিত নগদ প্রবাহের বর্তমান মূল্য হবে,

$$= \frac{6,000}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times1}} + \frac{7,000}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times2}} + \frac{4,000}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times3}} + \frac{8,000}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times4}} + \frac{4,000}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times5}}$$

$$= \frac{6,000}{1.1047} + \frac{7,000}{1.2204} + \frac{4,000}{1.3482} + \frac{8,000}{1.4894} + \frac{4,000}{1.6453}$$

=৫,৪৩১.৩৪ + ৫,৭৩৫.৮২ + ২,৫৬৬.৯২ + ৫,৩৭১.২৯ + ২,৪৩১.১৭ = ২১,৫৩৬.৫৪ টাকা

উদাহরণ

একটি মেশিন ক্রয়ের জন্য একটি কোম্পানির ১ বছর পরে ১৪,০০০টাকার প্রয়োজন। সুদের হার ৯% হলে ব্যাংকে বর্তমানে কত জমা রাখতে হবে?

সমাধান

এখানে,

A = ১৪,০০০

k = ৯% বা ০.০৯ এবং

n = ১

$$PV = \left[\frac{1}{(1+k)^n}\right]A$$

$$= \left[\frac{1}{(1+0.09)^1}\right] \times 14,000$$

$$= \frac{14,000}{1.09}$$

= ১২,৮৪৪ টাকা

সুতরাং, বর্তমানে ১২,৮৪৪ টাকা ব্যাংকে জমা রাখলে ৯% হার সুদে ১বছর পরে ১৪,০০০ টাকা পাওয়া যাবে। অর্থাৎ, বাট্টা বা সুদের হার যদি ৯% হয়, তবে ১বছর পর প্রাপ্তব্য ১৪,০০০ টাকার বর্তমান মূল্য ১২,৮৪৪ টাকা।

উদাহরণ

একটি কম্পিউটার ক্রয়ের জন্য সাঈদ তাঁর মামার কাছ থেকে ভবিষ্যতে কোন এক সময়ে ৪৫,০০০ টাকা উপহার হিসাবে পাবেন। বাট্টার হার বা সুদের হার ১১% হলে ৪৫,০০০ টাকার বর্তমান মূল্য বের করুন, যদি

(ক) উক্ত অর্থ ২ বছর পর পাওয়া যায়,

(খ) উক্ত অর্থ ৩ বছর পর পাওয়া যায়।

সমাধান

(ক) এক্ষেত্রে,

A = ৪৫,০০০ টাকা

k = ১১% বা ০.১১

এবং N = ২

সুতরাং $PV = \left[\frac{1}{(1+0.11)^2}\right] \times 45,000$

$$= \left[\frac{1}{(1.11)^2}\right] \times 45,000$$

= ৩৬,৫২৩ টাকা

(খ) এক্ষেত্রে,

A= ৪৫,০০০ টাকা

k = ১১% বা ০.১১

এবং N= ৩

সুতরাং $PV = \left[\frac{1}{(1+0.11)^3}\right] \times 45,000$

$$= \left[\frac{1}{(1.11)^3}\right] \times 45,000$$

= ৩২,৯০৩.৬১ টাকা

উপর্যুক্ত দু'টি উদাহরণ থেকে দেখা যায়, ৩ বছর পর প্রাপ্য ৪৫,০০০ টাকার বর্তমান মূল্য ২ বছর পর প্রাপ্য ৪৫,০০০ টাকার বর্তমান মূল্যের চেয়ে (৩৬,৫২৩ - ৩২,৯০৩.৬১) বা ৩,৬১৯.৩৯ টাকা কম। এ থেকে বুঝা যায় কেন ৩ বছর পর প্রাপ্য ৪৫,০০০ টাকার তুলনায় সমপরিমাণ টাকা ২ বছর পরে বা তারও পূর্বে পাওয়াকে শ্রেয় মনে করা হয়। অর্থাৎ, অর্থের সময়মূল্য ধারণার তাৎপর্য এখানেই।

প্রান্তীয় মূল্য (Terminal Value)

প্রান্তীয় মূল্য ধারণাটি সরাসরি চক্রবৃদ্ধি প্রক্রিয়ার সাথে জড়িত। বর্তমানে নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থ নির্দিষ্ট হার সুদে জমা করলে নির্দিষ্ট সময় পরে চক্রবৃদ্ধি হারে বেড়ে মোট যে পরিমাণে দাঁড়ায়, তাই উক্ত প্রারম্ভিক জমাকৃত অর্থের প্রান্তীয় মূল্য।

প্রান্তীয় মূল্য কত হলে তা একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ বর্তমান মূল্যের সমান হবে তা বের করে বিনিয়োগ সিদ্ধান্তে ব্যবহার করা প্রান্তীয় মূল্য হিসাব করার উদ্দেশ্য।

একটি কথা উল্লেখ্য যে, চক্রবৃদ্ধির পুনঃপুনিকতার উপর ভিত্তি করে নির্দিষ্ট হার সুদে জমাকৃত একই পরিমাণ অর্থের প্রান্তীয় মূল্য ভিন্ন ভিন্ন হতে পারে।

প্রান্তীয় মূল্য বের করার সূত্র

যদি X = প্রারম্ভিক জমাকৃত অর্থ

R = চক্রবৃদ্ধির হার এবং

N = মোট চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা হয়

তবে প্রান্তীয় মূল্য $TV = X(1+R)^N$

উদাহরণ

বর্তমানে ১০,০০০ টাকা ৮% হার সুদে কোন সঞ্চয়ী হিসাবে জমা করলে তার প্রান্তীয় মূল্য বের করুন।

(ক) ২ বছর পর

(খ) ৩ বছর পর

সমাধান

(ক) এক্ষেত্রে,

X= ১০,০০০

R= ৮% বা ০.০৮

এবং N=২

সুতরাং $TV = X(1+R)^N$

=১০,০০০ (১ + ০.০৮)^২

=১০,০০০ (১.০৮)^২

=১০,০০০ (১.১৬৬৪)

=১১,৬৬৪ টাকা

(খ) এক্ষেত্রে,

X= ১০,০০০

R= ৮% বা ০.০৮

এবং N=৩

সুতরাং $TV= X (1+R)^N$

=১০,০০০ (১ + ০.০৮)^{৩}

=১২,৫৯৭.১২ টাকা

এখানে লক্ষ্যণীয় যে, সময় বৃদ্ধির সাথে বর্তমান মূল্যের বিপরীত সম্পর্ক রয়েছে, কিন্তু সময় বৃদ্ধির সাথে সাথে প্রান্তীয় মূল্যের পরিমাণও বাড়ে। অর্থাৎ, সময়ের সাথে প্রান্তীয় মূল্যের সম্পর্ক সমানুপাতিক।

উদাহরণ

মি. আনোয়ার তাঁর সঞ্চয়ী হিসাবে ১২,০০০ টাকা ২ বছরের জন্য জমা রাখলেন। সুদের হার ১০% হলে নিম্নলিখিত প্রত্যেকটি ক্ষেত্রে ২ বছর পর প্রান্তীয় মূল্য কত হবে?

(ক) বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি

(খ) অর্ধবার্ষিক চক্রবৃদ্ধি

(গ) ত্রৈমাসিক চক্রবৃদ্ধি

(ঘ) মাসিক চক্রবৃদ্ধি

সমাধান

(ক) এক্ষেত্রে,

X= ১২,০০০

R= ১০% বা ০.১০

এবং N=২

সুতরাং $TV= X (1+R)^N$

=১২,০০০ (১ + ০.১০)^{২}

=১২,০০০ (১.১০)^{২}

=১৪,৫২০ টাকা

(খ) এক্ষেত্রে,

X= ১২,০০০

R= ১০% বা ০.১০

এবং N=২

M = বছরে চক্রবৃদ্ধি হয় ২ বার

সুতরাং $TV = X\left(1 + \frac{R}{M}\right)^{MN}$

$$= 12{,}000\left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^{2\times 2}$$

=১২,০০০ $(১.০৫)^{৪}$

=১৪,৫৮৬ টাকা

(গ) এক্ষেত্রে,

X= ১২,০০০

R= ১০% বা ০.১০

N=২

এবং M =৪

সুতরাং $TV = X\left(1+\frac{R}{M}\right)^{MN}$

$$= 12{,}000\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{4\times 2}$$

=১২,০০০ $(১.০২৫)^{৮}$

=১৪,৬২১ টাকা

(গ) এক্ষেত্রে,

X= ১২,০০০

R= ১০% বা ০.১০

N=২

এবং M =১২

সুতরাং $TV = X\left(1+\frac{R}{M}\right)^{MN}$

$$= 12{,}000\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times 2}$$

=১২,০০০ $(১.০০৮৩৩)^{২৪}$

=১৪,৬৪৫ টাকা

মাসিক চক্রবৃদ্ধির ফলে প্রাপ্ত এই সংখ্যাটি একটি বড় অংকের প্রান্তীয় মূল্য নির্দেশ করে। এভাবেই চক্রবৃদ্ধির পুনঃপুনিকতা যত বেশি হবে, অন্যান্য অবস্থা অপরিবর্তিত থাকলে প্রান্তীয় মূল্য তত বেশি হবে।

বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য নির্ণয়ে টেবিলের ব্যবহার-

উপরের আলোচনায় আমরা দেখেছি, বর্তমান মূল্য (PV) এবং প্রান্তীয় মূল্য (TV) বের করার জন্য কিছু গণনার (computation) কাজ জড়িত। বিনিয়োগ সময়ের ব্যাপ্তি (N) বাড়ার সাথে সাথে এই গণনার কাজও সময়সাপেক্ষ ও জটিল হয়ে দাঁড়ায়। তাই বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য বের করার জন্য টেবিল থেকে বর্তমান মূল্য ফ্যাক্টর (PV factor) এবং চক্রবৃদ্ধি ফ্যাক্টর (compounding factor) সরাসরি ব্যবহার করা হয়।

প্রতি ১ টাকা N সময় পর প্রাপ্য হলে ভিন্ন ভিন্ন বাট্টার হার এর জন্য বর্তমান মূল্য ফ্যক্টরটির $\left[\frac{1}{(1+k)^N}\right]$ মান কত হবে টেবিলে তা উল্লেখ থাকে। যেমন, ১, ২ ও ৩ বছর পর ১ টাকা পাওয়া গেলে ১০% হারে তার বর্তমান মূল্য ফ্যক্টর বা PV factor গুলি হবে যথাক্রমে

PV Factor, (১ বছর, ১০% হারে) $= \frac{1}{(1+0.10)^1} = 0.9090$

PV Factor, (২ বছর, ১০% হারে) $= \frac{1}{(1+0.10)^2} = 0.8264$

PV Factor, (৩ বছর, ১০% হারে) $= \frac{1}{(1+0.10)^3} = 0.7513$ ইত্যাদি

এই PV Factor সরাসরি বসিয়ে ৩ বছর পর প্রাপ্য ৮০০ টাকার ১০% হার বাট্টায় বর্তমান মূল্য হবে,

PV= A (PV Factor, ৩ বছর, ১০% হারে)

= ৮০০ (০.৭৫১৩)

= ৬০১.০৫ টাকা

তেমনি ভাবে ১, ২, ও ৩ বছর পর প্রাপ্য বর্তমানে জমাকৃত ১ টাকার ১২% হারে চক্রবৃদ্ধি ফ্যক্টর বা TV Factor হবে যথাক্রমে :

TV Factor (১ বছর, ১০% হারে) = (১+R)^{১} = (১+০.১২)^{১} = ১.১২

TV Factor (২ বছর, ১০% হারে) = (১+ R)^{২} = (১+০.১২)^{২} = ১.২৫৪৪

TV Factor (৩ বছর, ১০% হারে) = (১+ R)^{৩} = (১+০.১২)^{৩} = ১.৪০৪৯

এই TV Factor সরাসরি বসিয়ে বর্তমানে জমাকৃত ৮০০ টাকার ১২% হারে ৩ বছর পর প্রান্তীয় মূল্য হবে,

TV = A (TV Factor, ৩বছর ১২% হারে)

= ৮০০ (১.৪০৪৯)

= ১,১২৩.৯২ টাকা

সারসংক্ষেপ :

- অর্থের সময়মূল্য ধারণা, বাট্টাকরণ ও চক্রবৃদ্ধি -এই তিনের ভিত্তিতেই গড়ে উঠেছে বর্তমান মূল্য এবং প্রান্ড্রীয় মূল্যের ধারণা।
- ভবিষ্যতের কোন সময়ে প্রাপ্য নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থের আজকের মূল্যই হলো বর্তমান মূল্য।
- প্রান্ড্রীয় মূল্য ধারণাটি সরাসরি চক্রবৃদ্ধি প্রক্রিয়ার সাথে জড়িত।
- সময় বৃদ্ধির সাথে বর্তমান মূল্যের বিপরীত সম্পর্ক রয়েছে, কিন্তু সময় বৃদ্ধির সাথে সাথে প্রান্ড্রীয় মূল্যের পরিমাণও বাড়ে।
- চক্রবৃদ্ধির পুনঃপুনিকতা যত বেশি হবে, অন্যান্য অবস্থা অপরিবর্তীত থকলে প্রান্ড্রীয় মূল্য তত বেশি হবে।

পাঠ-২.৩ বার্ষিক বৃত্তির মূল্য
Value of an Annuity

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- বার্ষিক বৃত্তির মূল্য, বার্ষিক বৃত্তির প্রান্তীয় মূল্য ও বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য কী এবং তার প্রয়োগ সম্পর্কে বলিতে পারবেন; এবং
- বার্ষিক বৃত্তির প্রান্তীয় মূল্য ও বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্যকে বিনিয়োগকারী ও আর্থিক প্রতিষ্ঠানগুলি কীভাবে ব্যবহার করে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারে তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

যদি কোন নির্দিষ্ট মেয়াদকালীন সময়ে প্রতি বছর বা প্রতি কিস্তিতে একটি নির্দিষ্ট সমপরিমাণ অর্থ পাওয়া যায় (বা প্রদান করা হয়), তবে ঐ নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থকে বার্ষিক বৃত্তি (annuity) বলে। একটি ভাড়া করা ফ্লাটের জন্য প্রতি মাসে নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থ প্রদান কিংবা কোন ফ্লাট নির্মাণের জন্য গৃহীত ঋণের উপর ত্রৈমাসিক ভিত্তিতে সমান অংকের দায় পরিশোধ ইত্যাদি বার্ষিক বৃত্তির উদাহরণ।

বার্ষিক বৃত্তি সংক্রান্ত সমস্যাবলী প্রধানত দুই প্রকার-

- **বার্ষিক বৃত্তির প্রান্তীয় মূল্য (Compound Value of an annuity)-** কোন নির্দিষ্ট মেয়াদ শেষে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থ একসাথে পেতে হলে মাসিক বা বার্ষিক বৃত্তি আকারে প্রতি বছর বা কিস্তিতে কি পরিমাণ অর্থ জমা করতে হবে, যদি প্রতি কিস্তিতে জমাকৃত অর্থ কোন চুক্তিকৃত হার সুদে বৃদ্ধি পায়।
- **বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য *(*Present Value of an annuity*)*-** বর্তমানে একসাথে কি পরিমাণ অর্থ জমা রাখলে একটি নির্দিষ্ট মেয়াদকালীন সময়ের জন্য প্রতি বছর বা কিস্তিতে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অর্থ বার্ষিক বৃত্তি আকারে পাওয়া যাবে, যদি প্রারম্ভিক জমাকৃত অর্থের উপর নির্দিষ্ট হারে সুদ পাওয়া যায়।

(ক) বার্ষিক বৃত্তির প্রান্তীয় মূল্যঃ ধরা যাক, কোন সঞ্চয়ী হিসাবে প্রতি বছর শেষে ১ টাকা করে ৫ বছর পর্যন্ত জমা করা হয়। এই অর্থের উপর ৮% হারে সুদ পাওয়া যায়। এখন প্রশ্ন হল মেয়াদশেষে (৫ বছর পর) এই বার্ষিক বৃত্তির মোট মূল্য কত হবে।

এখানে একটি বিষয় লক্ষ্যণীয় যে, প্রতিবছর জমাকৃত অর্থের উপর ভিন্ন ভিন্ন মেয়াদের জন্য চক্রবৃদ্ধি হারে সুদ অর্জিত হবে। ফলে,

১ম বছর শেষে জমাকৃত অর্থের উপর চক্রবৃদ্ধি হবে ৪ বছরের জন্য।

২য় বছর শেষে জমাকৃত অর্থের উপর চক্রবৃদ্ধি হবে ৩ বছরের জন্য।

৩য় বছর শেষে জমাকৃত অর্থের উপর চক্রবৃদ্ধি হবে ২ বছরের জন্য।

৪র্থ বছর শেষে জমাকৃত অর্থের উপর চক্রবৃদ্ধি হবে ১ বছরের জন্য।

এবং ৫ম বছর শেষে জমাকৃত অর্থের উপর কোন সুদ অর্জিত হবে না।

সুতরাং,

১ম বার্ষিক বৃত্তিটির প্রান্তীয় মূল্য =১ (১+০.০৮)^{৪} = ১.৩৬০৪৯

২য় বার্ষিক বৃত্তিটির প্রান্তীয় মূল্য =১ (১+০.০৮)^{৩} = ১.২৫৯৭১

৩য় বার্ষিক বৃত্তিটির প্রান্তীয় মূল্য =১ (১+০.০৮)^{২} = ১.১৬৬৪০

৪র্থ বার্ষিক বৃত্তিটির প্রান্তীয় মূল্য =১ (১+০.০৮)^{১} = ১.০৮০০০

৫ম বার্ষিক বৃত্তিটির প্রান্তীয় মূল্য =১ (১+০.০৮)^{০} = ১.০০০০০

মোট প্রান্তীয় মূল্য = ৫.৮৬৬৭০

এভাবে প্রতি বছর শেষে ১০০ টাকা করে জমাকৃত বার্ষিক বৃত্তি ৫ বছর শেষে হবে, (১০০×৫.৮৬৬৭০) বা ৫৮৬.৬৭ টাকা। এই ৫.৮৬৬৭ কে ৮% হারে ৫ বছরের জন্য বার্ষিক বৃত্তি ফ্যাক্টর (Annuity Factor) বলা হবে।

নিচের চিত্রে এটি আরো স্পষ্ট দেখানো হল:

বছর	বছর শেষে জমাকৃত অর্থ	প্রান্তীয় মূল্য (টাকা)	
		১ টাকা	১০০ টাকা
১	১০০	১.৩৬০৫	১৩৬.০৫
২	১০০	১.২৫৯৭	১২৫.৯৭
৩	১০০	১.১৬৬৪	১১৬.৬৪
৪	১০০	১.০৮০০	১০৮.০০
৫	১০০	১.০০০০	১০০.০০
		৫.৮৬৬৭	৫৮৬.৬৭

এভাবে বিভিন্ন হার সুদে বিভিন্ন মেয়াদের জন্য ১ টাকার বার্ষিক বৃত্তির ফ্যাক্টর বের করে টেবিল প্রস্তুত করা যায় এবং অংক করার সময় সময়সাপেক্ষ গণনা না করে টেবিল থেকে সরাসরি বার্ষিক বৃত্তির ফ্যাক্টর ব্যবহার করা যায়।

উদাহরণ

জনাব হক তাঁর ছেলেকে ভবিষ্যতে উচ্চ শিক্ষার্থে বিদেশে পাঠানোর জন্য প্রতি বছর শেষে ৭,০০০ টাকা করে ১০ বছর পর্যন্ত একটি সঞ্চয়ী হিসাবে জমা করেন। সুদের হার ৭% হলে মেয়াদ শেষে উক্ত বার্ষিক বৃত্তির মূল্য মোট কত টাকায় দাঁড়াবে।

সমাধান

এখানে, বার্ষিক বৃত্তি A =৭,০০০ টাকা এবং টেবিল থেকে দেখা যায় ৭% হারে ১০ বছরের জন্য বার্ষিক বৃত্তি ফ্যাক্টর (CVIFA) হলো ১৩.৮১৬ টাকা।

সুতরাং, ১০ বছর পর মোট মূল্য

= A (CVIFA, ৭%, ১০ বছর)

= ৭,০০০(১৩.৮১৬)

= ৯৬,৭১২ টাকা।

উদাহরণ

মনে করুন, আপনি কোন ব্যাংকে প্রতি বছরের ১লা জানুয়ারিতে বাৎসরিক ৪,০০০ টাকা করে জমা দেন। তাহলে ৪ বছর শেষে বার্ষিক ১০% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে আপনার ব্যাংকে কত টাকা জমা হবে? প্রান্তীয় মূল্য কত হবে?

সমাধানঃ এক্ষেত্রে, $TV = \frac{A(1+r)\{1-(1+r)^N\}}{1-(1+r)}$

এখানে, TV= প্রান্তীয় মূল্য

A = প্রতি কিস্তির পরিমাণ

r = সুদের হার

N= মেয়াদ বা বছরের সংখ্যা

প্রশ্ন অনুসারে, A = ৪০০০ টাকা

r = সুদের হার, ১০%

N = ৪ বছর

$$\therefore TV = \frac{4{,}000(1+0.10)\ \{1 - (1+010)^4\}}{1-(1+0.10)}$$

$$= \frac{4{,}000(1.10)(1 - 1.4641)}{1-1.10}$$

$$= \frac{4{,}000(-5.1051)}{-0.10} = \frac{-2{,}042.04}{-0.10}$$

= ২০,৪২০ টাকা

বিষয়টিকে আবার অন্যভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। মনে করি, আজ থেকে চার বছর পর আপনি কোন একটি কাজের জন্য ২০,৪২০ টাকা পেতে চান। তাহলে ৪ বছর যাবৎ ১০% বাৎসরিক চক্রবৃদ্ধি হার সুদে বছরে কত টাকা করে ব্যাংকে জমা দিতে হবে?

আমরা জানি,

$$TV = \frac{A(1+r)\{1-(1+r)^N\}}{1-(1+r)}$$

অর্থাৎ,

$$২০,৪২০ = \frac{A(5.1051)}{0.10}$$

বা, ২০,৪২০ =০.৫১০৫১ A

বা, $A = \frac{2{,}042}{0.51051}$

সুতরাং, A =৪,০০০ টাকা

আবার ঐ ৪,০০০ টাকা যদি বছরের প্রথমে জমা না দিয়ে বছর শেষে, অর্থাৎ ৩১ শে ডিসেম্বরে জমা দেওয়া হয় তাহলে, প্রান্তীয় মূল্য

$$TV = \frac{A\{1-(1+r)^N\}}{1-(1+r)}$$

$$= \frac{4{,}000\ \{1-(1+0.10)^4\}}{1-(1+0.10)}$$

$$= \frac{4{,}000(1-1.4641)}{-0.10}$$

$$= \frac{4{,}000(-0.4641)}{-0.10}$$

$$= \frac{-1{,}856.4}{-0.10}$$

= ১৮,৫৬৪ টাকা

বিষয়টিকে যদি আবার এভাবে বলা হয় যে, আপনি ৪ বছর পর কোন কাজের জন্য ১৮,৫৬৪ টাকা পেতে চান; তাহলে প্রতি বছরের শেষে কত টাকা (১০% বাৎসরিক চক্রবৃদ্ধি হারে) জমা দিতে হবে?

প্রান্তীয় মূল্য $(TV) = \frac{A(0.4641)}{0.10}$

অথবা, ১৮,৫৬৪ $= \frac{0.4641A}{0.10}$

অথবা, ০.৪৬৪১ A = ১,৮৫৬.৪

$\therefore$ $A = \frac{1{,}856.4}{0.4641}$

= ৪,০০০ টাকা

এখন দেখা যাক, আপনি যদি বাৎসরিক কিস্তিতে জমা না দিয়ে মাসিক কিস্তিতে জমা দেন তাহলে কি দাঁড়ায়, যেখানে বাৎসরিক সুদের হার ১২%। ৫ বছর যাবৎ মাসিক কিস্তিতে মাসের প্রথমে ৫০০ টাকা করে জমা দিলে ৫ বছর পরে আপনার ব্যাংকে কত জমা হবে?

এখানে,
বাৎসরিক সুদের হার, r = ১২% = ০.১২
মাসিক কিস্তি, A = ৫০০ টাকা
মেয়াদ, N = ৫ বৎসর
বৎসরে কিস্তির সংখ্যা, M = ১২
আমরা জানি, প্রতি সময়ের প্রথমে কিস্তির টাকা জমা দিলে,

প্রান্তীয় মূল্য, $$TV = \frac{A\left(1+\frac{r}{M}\right)\left\{1-\left(1+\frac{r}{M}\right)^{MN}\right\}}{1-\left(1+\frac{r}{M}\right)}$$

$$\therefore \quad TV=\frac{500\left(1+\frac{0.12}{12}\right)\left\{1-(1+\frac{0.12}{12})\right\}^{5\times12}}{1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)}$$

$$=\frac{500(1+.01)\ \{1-(1+.01)^{60}\}}{-0.01}$$

$$=\frac{412.43}{0.01}$$

TV = ৪১,২৪৩ টাকা

(খ) বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য

কোন ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠান কোন ব্যাংকে বা বীমা কোম্পানিতে বর্তমানে এককালীন কিছু অর্থ জমা রেখে ভবিষ্যতে মাসিক বা ত্রৈমাসিক বা ষান্মাসিক বা বার্ষিক বৃত্তি হিসাবে কিস্তিতে কি পরিমাণ বা সমপরিমাণ অর্থ পেতে পারেন তা নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এ পদ্ধতির ব্যবহার করা হয়। অথবা, কোন ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠান অন্য কোন ব্যাংক বা আর্থিক প্রতিষ্ঠান থেকে এককালীন ঋণ গ্রহণ করে আগামী সময়ে একটি নির্দিষ্ট সময়ান্তে অর্থাৎ মাসিক বা ত্রৈমাসিক বা ষান্মাসিক বা বাৎসরিক কিস্তিতে কি পরিমাণ অর্থ পরিশোধ করতে হবে তা নির্ণয়ের জন্য বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য পদ্ধতির অত্যন্ত প্রয়োজন।

উদাহরণ

আগামী ৪ বছর যাবত প্রতি বছরে বাৎসরিক ১০% সুদ বা বাট্টাহারে ৪,০০০ টাকার বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য কত?

সমাধান

এখানে,

$$\text{বর্তমান মূল্য (PV)} = \frac{A\left\{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{N}\right\}}{r}$$

যেখানে,

A = প্রতি কিস্তির পরিমাণ

r= সুদের হার

N= বছরের সংখ্যা

$$\therefore (PV) = \frac{A\left\{1-\left(\frac{1}{1.10}\right)^{4}\right\}}{0.10}$$

$$=\frac{4{,}000\left\{1-\left(\frac{1}{1.10}\right)^{4}\right\}}{0.10} = \frac{4{,}000(1-0.6830)}{0.10} = \text{১২,৬৮০ টাকা}$$

এ বিষয়টিকে যদি আমরা এভাবে বলি যে, আগামী ৪ বছর যাবত বাৎসরিক ৪,০০০ টাকা পেতে হলে ১০% সুদ হারে বর্তমানে কত টাকা জমা দিতে হবে? সেক্ষেত্রেও উত্তর হবে ১২,৬৮০ টাকা। অথবা, বিষয়টি যদি আমরা একটু বুঝিয়ে বলি যে, বর্তমানে ১২,৬৮০ টাকা কোন ব্যাংকে জমা দিলে বাৎসরিক ১০% সুদ হারে বছরে কত টাকা বাৎসরিক বৃত্তি হিসাবে

পাওয়া যাবে? সে ক্ষেত্রেও একই সুত্র ব্যবহার করে আমরা উত্তর পেতে পারি, যেখানে আপনাকে বাৎসরিক বৃত্তি (A) -এর মান বের করতে হবে;

$$১২,৬৮০ = \frac{A\left\{1 - \left(\frac{1}{1.10}\right)^4\right\}}{0.10}$$

$$বা,\ ১২,৬৮০ = \frac{A(1 - 0.6830)}{0.10}$$

বা, ১২৬৮ = ০.৩৫৭ A

$$\therefore A = \frac{1,268}{0.317} = 4,000 \text{ টাকা।}$$

$$আবার,\ PV = \frac{A\left\{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^N\right\}}{r}$$

$$বা,\ PV.r = A\left\{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^N\right\}$$

$$\therefore \quad A = \frac{PV.r}{\left[1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^N\right]}$$

এখানে,

A = বাৎসরিক বৃত্তি বা কিস্তি

PV = বর্তমান মূল্য বা মূল অর্থ

r = সুদের বা বাট্টার হার

N = বছরের সংখ্যা।

পূর্বের দেওয়া উদাহরণকে যদি আমরা এভাবে উপস্থাপন করি যে, কোন একটি ব্যাংক, কোন ব্যক্তিকে বাৎসরিক ১০% সুদ হারে ১২,৬৮০ টাকা ঋণ প্রদান করল। আগামী ৪ বছরে বাৎসরিক কিস্তিতে কত টাকায় পরিশোধ করতে হবে?

তাহলে উত্তর হবে ৪,০০০ টাকা

$$A = \frac{PV.r}{\left[1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^N\right]}$$

$$A = \frac{12,680 \times 0.10}{1 - \left(\frac{1}{1 + 0.10}\right)^4} = \frac{1,268}{1 - 0.683} = \frac{1,268}{0.317} = 4,000$$

উদাহরণ

গৃহ নির্মাণের জন্য বাংলাদেশ হাউজ বিল্ডিং ফাইন্যান্স কর্পোরেশন জনাব করিমকে ১০,০০,০০০ টাকা ঋণ প্রদান করল। সুদের বাৎসরিক হার ১২% হলে, আগামী ২০ বছর বাৎসরিক কিস্তি হিসাবে কত টাকা করে জনাব করিমকে ঋণ পরিশোধ করতে হবে?

সমাধান

এক্ষেত্রেও আমরা একই সুত্র ব্যবহার করতে পারি। অর্থাৎ, বাৎসরিক কিস্তি,

$$\text{A} = \frac{PV.r}{\left[1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^{N}\right]}$$

$$A = \frac{10{,}00{,}000 \times 0.12}{\left\{1-\left(\frac{1}{1.12}\right)^{20}\right\}}$$

$$\text{A}=\frac{10{,}00{,}000 \times 0.12}{1-0.1037} = \frac{1{,}20{,}000}{0.8963} = 1{,}33{,}884 \text{ টাকা}$$

যদি মাসিক কিস্তিতে প্রদান করা হয়, তাহলে মাসিক সুদের হার হবে, ০.১২/১২মাস =.০১ এবং মোট কিস্তির সংখ্যা হবে, (২০×১২) = ২৪০

∴ মাসিক কিস্তি,

$$\text{A} = \frac{10{,}00{,}000 \times 0.01}{1-\left(\frac{1}{1.01}\right)^{20\times12}}$$

$$= \frac{10{,}000}{1-\left(\frac{1}{1.01}\right)^{240}} = \frac{10{,}000}{1-0.0918} = \frac{10{,}000}{0.9082} = 11{,}011 \text{ VĮLi}$$

আবার কিস্তি যদি ত্রৈমাসিক হয় তাহলে

r = .১২/১২ মাস * ৩ মাস= .০৩

সেক্ষেত্রে তিন মাস অন্তর অন্তর জনাব করিমকে বছরে ৪ বার এবং ২০ বছরে মোট (২০*৪) = ৮০ বার কিস্তি পরিশোধ করতে হবে;

$$\therefore \text{ A} = \frac{10{,}00{,}000 \times 0.03}{1-\left(\frac{1}{1.03}\right)^{20\times4}}$$

$$= \frac{30{,}000}{1-\left(\frac{1}{1.03}\right)^{80}} = \frac{30{,}000}{1-0.0940} = \frac{30{,}000}{0.906} = 33{,}113 \text{ টাকা মাত্র}$$

এ সুত্র ছাড়াও বর্তমান মূল্য টেবিল থেকে বর্তমান মূল্য Factor দ্বারা গুণ করেও সমস্যার সমাধান করা যায়। নিচে একটি উদাহরণ দেওয়া হল।

উদাহরণ

জনাব রহমান ১ বছর পর চাকুরী থেকে অবসর গ্রহণ করবেন। অবসরকালীন ভাতা হিসাবে তিনি এককালীন ১,৫০,০০০ টাকা পাবেন যা তিনি একটি ব্যাংক হিসাবে জমা করবেন। জনাব রহমান তাঁর এই অর্থের উপর ৯% হারে সুদ পাবেন। আগামী ১০ বছর তিনি উক্ত হিসাব থেকে একটি বার্ষিক বৃত্তি আশা করছেন যা দিয়ে তাঁর পরিবারের ব্যয় নির্বাহ করবেন। প্রত্যাশিত বার্ষিক বৃত্তির পরিমাণ কত হবে?

সমাধান

এখানে, ভবিষ্যত বার্ষিক বৃত্তি গুলির মোট বর্তমান মূল্য হলো ১,৫০,০০০ টাকা।

টেবিল থেকে দেখা যায়, ভবিষ্যতে বার্ষিক ১ টাকা করে ১০ বছর যাবত প্রাপ্য অর্থের PV ফ্যক্টর হল (যখন সুদের হার ৯%) ৬.৪১৭৭।

এখন, মোট বার্ষিক বৃত্তি বর্তমান মূল্য = বার্ষিক বৃত্তির × (বার্ষিক বৃত্তির PV ফ্যক্টর, ১০বছর, ৯%)

বা, ১,৫০,০০০ = বার্ষিক বৃত্তি (৬.৪১৭৭)

বা, বার্ষিক বৃত্তি = $\frac{1,50,000}{6.4177} = 23,372.86$ টাকা।

সারসংক্ষেপ :

- নির্দিষ্ট মেয়াদকালীন সময়ে প্রতি বছর একটি নির্দিষ্ট সমপরিমাণ অর্থ প্রাপ্তি বা প্রদানকে বার্ষিক বৃত্তি বলে।
- প্রতিবছর জমাকৃত অর্থের উপর ভিন্ন ভিন্ন মেয়াদের জন্য চক্রবৃদ্ধি হারে সুদ অর্জিত হবে।
- বিভিন্ন হার সুদে বিভিন্ন মেয়াদের জন্য ১ টাকার বার্ষিক বৃত্তির ফ্যক্টর বের করে টেবিল প্রস্তুত করা যায়।
- ভবিষ্যতে প্রদেয় বা প্রাপ্য বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মল্য নির্ণয় সিদ্ধান্ত গ্রহণে সাহায্য করে।

পাঠ-২.৪ মূল্যায়ন মডেল
Valuation Model

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- মূল্যায়ন মডেল কী এবং অর্থের বর্তমান মূল্য ও মূল্যায়ন মডেলের মধ্যে সম্পর্ক কী তা বর্ণনা করতে পারবেন; এবং
- গাণিতিক পদ্ধতিসমূহ ব্যবহার করে কীভাবে একটি কোম্পানির মূল্য বা বিনিয়োগ প্রকল্পের মূল্য নির্ধারণ করা যায় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন ।

চক্রবৃদ্ধি ও বাট্টাকরণ পদ্ধতি আর্থিক ব্যবস্থাপনায় কোম্পানির শেয়ার ও বন্ড এর মূল্য নির্ধারণে ব্যপকহারে ব্যবহৃত হয়ে থাকে। অন্য কথায় বলা যায়, আর্থিক ব্যবস্থাপনায় সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে গণিতের এ ধারণা দু'টির ব্যবহার অপরিহার্য। বিনিয়োগকারী হিসাবে হোক বা কোন কোম্পানিই হোক, বন্ডের বা শেয়ারের মূল্য নির্ধারণ অত্যন্ত গুরত্বপূর্ণ। তাই বন্ড বা শেয়ারের মূল্য নির্ধারণে যে সকল মডেল আবিস্কৃত হয়েছে তার মূল ভিত্তি হলো গণিতের এদু'টি ধারণা- বাট্টাকরণ ও চক্রবৃদ্ধি প্রক্রিয়া। তাই এ পাঠের মাধ্যমে একটি কোম্পানির শেয়ারের বা ইস্যুকৃত বন্ডের মূল্য কীভাবে নির্ধারিত হয় তা আলোচনা করা হবে।

মূল্যায়ন মডেল (Valuation Model)

আর্থিক ব্যবস্থাপনার একটি অন্যতম আলোচ্য বিষয় হলো বিনিয়োগ সংক্রান্ত সমস্যাসমূহ। বিভিন্ন আর্থিক সম্পদ ক্রয়ের সময় ক্রেতাকে অবশ্যই বিবেচনা করতে হবে, সংশ্লিষ্ট বিনিয়োগটির মূল্য কত হওয়া উচিত। আর এটা বিশ্লেষণ করার জন্যই মূল্যায়ন মডেলের প্রয়োজন।

কোন বিনিয়োগ থেকে ভবিষ্যতে কি পরিমাণ আর্থিক প্রবাহের আগমন ঘটবে প্রধানত সেই তথ্য ব্যবহার করে মূল্যায়ন মডেলের সাহায্যে উক্ত বিনিয়োগের মূল্য কি হওয়া উচিত তা বের করা হয়। এরপর মূল্যায়ন মডেলের সাহায্যে বের করা মূল্য এবং বর্তমান বাজার মূল্যের মধ্যে তুলনা করে সিদ্ধান্ত নেয়া হবে যে বিনিয়োগটি লাভজনক হবে কিনা।

যে কোন মূল্যায়ন মডেলে বিনিয়োগকালীন মোট প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহকে (Cash Flow) নির্দিষ্ট হারে বাট্টাকরণ করার মাধ্যমে প্রত্যাশিত মূল্য বের করা হয়।

সুতরাং যে কোন মূল্যায়ন মডেলে নিম্নলিখিত তিনটি বিষয়ের প্রয়োজন হয়:

১. প্রত্যাশিত ভবিষ্যত নগদ প্রবাহ

২. মোট সময়কাল

৩. বাট্টার হার

ধরা যাক,

প্রত্যেক t সময়ে প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহ $= CIF_t$

মোট বিনিয়োগ সময়কাল $= n$

এবং বাট্টার হার $= K$

তাহলে, মূল্যায়ন মডেল অনুসারে সংশ্লিষ্ট বিনিয়োগটির প্রত্যাশিত মূল্য হবে

$$IV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CIF_t}{(1+K)^t}$$

এক্ষেত্রে আবারও উলেøখ্য যে, একই সম্পদের বাট্টার হার ব্যক্তি ভেদে বিভিন্ন হতে পারে। বাট্টার হার কত হবে তা নির্ভর করে সংশ্লিষ্ট বিনিয়োগকারীর ঝুঁকি-পছন্দের প্রবণতা, ব্যক্তিভিত্তিক (Subjective) উপযোগ ফাংশন, সুযোগ ব্যয় বা সমধর্মী বিনিয়োগের প্রত্যাশিত আয়ের হার ইত্যাদির উপর ।

ধরা যাক, জনাব 'ক' এর ক্ষেত্রে বিকল্প বিনিয়োগ সুযোগ হতে প্রত্যাশিত আয়ের হার ১০%। কিন্তু জনাব 'খ' এর আরো ভাল বিনিয়োগের সুযোগ থাকায় বিকল্প বিনিয়োগ থেকে তাঁর প্রত্যাশিত আয়ের হার ১২%। এক্ষেত্রে একই সম্পত্তির মূল্যায়ন মডেলে জনাব 'ক' বাট্টার হার ব্যবহার করবেন ১০% এবং জনাব 'খ' বাট্টার হার ব্যবহার করবেন ১২%।
বিনিয়োগ থেকে প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহের প্রকৃতি অনুসারে এদেরকে প্রধানত নিম্নলিখিত তিনভাগে ভাগ করা যায়।

১. বিভিন্ন সময়ে ভিন্ন ভিন্ন নগদ প্রবাহ, অর্থাৎ প্রতি পিরিয়ডের CIF_t ভিন্ন ভিন্ন পরিমাণ (Uneven cash flow)
২. বিনিয়োগের মেয়াদকালে প্রতি পিরিয়ডে সম পরিমাণ নগদ প্রবাহ, অর্থাৎ প্রতি পিরিয়ডের CIF_t একই (Even cashflows)
৩. অনির্দিষ্ট কাল পর্যন্ত একই পরিমাণে নগদ প্রবাহ (Perpetuity)

নিচের উদাহরণগুলিতে প্রত্যেক প্রকৃতির নগদ প্রবাহের ক্ষেত্রে মূল্যায়ন মডেল ব্যবহার করে কীভাবে প্রত্যাশিত মূল্য বের করা যায় তা দেখানো হল-

উদাহরণ

মি. X ৫ বছরের জন্য ১টি সম্পদে বিনিয়োগ করেন। উক্ত ৫ বছরে তাঁর প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহগুলির পরিমাণ যথাক্রমে ৮০ টাকা, ৮৭ টাকা, ৯৫ টাকা, ১১০ টাকা, ১১২ টাকা। ৫ বছর পর উক্ত সম্পদের প্রত্যাশিত বিক্রয়মূল্য ৬০০ টাকা। বাট্টার হার ১০% হলে, উক্ত সম্পদের বর্তমানে প্রত্যাশিত ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান

প্রত্যাশিত ক্রয় মূল্য

$$IV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CIF_t}{(1+K)^t}$$

$$IV = \frac{80}{(1+0.10)} + \frac{87}{(1+0.10)^2} + \frac{95}{(1+0.10)^3} + \frac{110}{(1+0.10)^4} + \frac{112+600}{(1+0.10)^5}$$

$$= \frac{80}{1.10} + \frac{87}{1.21} + \frac{95}{1.331} + \frac{110}{1.4641} + \frac{712}{1.6105}$$

= ৭২.৭২৭+৭১.৯০+৭১.৩৭৫+৭৫.১৩১+৪৪২.০৯৪৭

= ৭৩৩.২৩ টাকা

উদাহরণ

মি. Y একটি বিনিয়োগ সিদ্ধান্তের কথা ভাবছেন যার থেকে প্রতি বছরের প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহের পরিমাণ ৯০ টাকা। মি. Y এর বিনিয়োগের মেয়াদ ৮ বছর। মেয়াদশেষে উক্ত বিনিয়োগটির প্রত্যার্পন মূল্য বাবদ পাওয়া যাবে ১,০০০ টাকা। মি. Y এর বাট্টার হার ১২% হলে বিনিয়োগ সিদ্ধান্তটির জন্য মি. Y বর্তমানে কত ব্যয় করতে প্রস্তুত?

সমাধান

এখানে,

বার্ষিক বৃত্তির হার, A = ৯০ টাকা
বিনিয়োগের মেয়াদ, n = ৮ বছর
মেয়াদ শেষে মূল্য, CIF_t = ১০০০ টাকা

বাট্টার হার, $K = ১২\%$ বা ০.১২

সুতরাং,

$$\text{প্রত্যাশিত মূল্য (IV)} = A(\text{বার্ষিক বৃত্তির PV, ১২\%, ৮ বছর}) + \frac{CIF_t}{(1 + K)^t}$$

$$IV = 90(4.9676) + \frac{1000}{(1 + 0.12)^8}$$

= ৪৪৭.০৮৭ + ৪০৩.৮৮৩

= ৮৫০.৯৭ টাকা

উদাহরণ

সম্প্রতি মি. Z একটি বিনিয়োগ করেছেন। এর চিরস্থায়ী (perpetual) প্রত্যাশিত বাৎসরিক আয়ের পরিমাণ ১২০ টাকা। বাট্টার হার ৮% হলে মি. Z উক্ত বিনিয়োগটির বিক্রয় মূল্য বাবদ কত টাকা চাইবেন?

সমাধান

এখানে, চিরস্থায়ী প্রত্যাশিত বাৎসরিক আয়, $CIF\alpha$ = ১২০ টাকা

বাট্টার হার k = ৮% বা .০৮

সুতরাং, প্রত্যাশিত মূল্য

$$(IV) = \frac{CIF\alpha}{K} = \frac{120}{0.08} = 1{,}500$$

সারসংক্ষেপ :

- মূল্যায়ন মডেলের সাহায্যে বের করা মূল্য এবং বর্তমান বাজার মূল্যের মধ্যে তুলনা করে সিদ্ধান্ত নেওয়া হবে বিনিয়োগটি লাভজনক হবে কি না।
- যে কোন মূল্যায়ন মডেলে বিনিয়োগকালীন মোট প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহকে নির্দিষ্ট হারে বাট্টাকরণ করার মাধ্যমে প্রত্যাশিত মূল্য বের করা হয়।
- যে কোন মূল্যায়ন মডেলে প্রত্যাশিত ভবিষ্যত নগদ প্রবাহ, মোট সময়কাল ও বাট্টার হার এই তিনটি বিষয়ের প্রয়োজন হয়।

পাঠ-২.৫ বন্ড ও শেয়ারের মূল্য নির্ণয়
Valuation of Bond & Share

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- বাট্টাকরণ ও চক্রবৃদ্ধি পদ্ধতির মাধ্যমে বিভিন্ন প্রতিষ্ঠানের বন্ড ও শেয়ারের মূল্য কীভাবে নির্ধারণ করা যায় তা বর্ণনা করতে পারবেন;
- কোন মূল্যে একটি কোম্পানি তার বন্ড বা শেয়ার বিক্রয় করবে বা নির্ধারণ করবে তা বলতে পারবেন;
- বন্ডের সুদের হার বা শেয়ারে লভ্যাংশ হার কত হওয়া উচিত তা নির্ধারণ করতে পারবেন; এবং
- একজন বিনিয়োগকারীর কি দামে বন্ড বা শেয়ার ক্রয় করা উচিত বা কোন কোম্পানির বন্ড বা শেয়ার নির্দিষ্ট দামে ক্রয় করবে কিনা সে ব্যাপারে সিদ্ধান্ত নিতে পারবেন।

বিনিয়োগকারী তাদের তহবিল কোন কোম্পানীর শেয়ার বা ইস্যুকৃত বন্ডে বিনিয়োগ করবেন সে ক্ষেত্রে মূল্যায়ন মডেলের ব্যবহার অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। শুধু বিনিয়োগকারী নয়, ইস্যুকারী কোম্পানিতেও ইস্যুকৃত শেয়ারের বা বন্ডের মূল্য নির্ধারণে এবং সুদ বা লভ্যাংশ নির্ধারণের ক্ষেত্রে মূল্যায়ন মডেল ব্যবহৃত হয়।

এ পাঠে সাধারণ শেয়ার, অগ্রাধিকার শেয়ার ও বন্ডের মূল্য কীভাবে নির্ধারিত হয় এবং মূল্য নির্ধারণে বিভিন্ন মডেলের ব্যবহার কীভাবে হয় তা আলোচনা করা হবে।

শেয়ার ও বন্ডের মূল্য নির্ণয় (Valuation of Shares and Bonds)

কোন কোম্পানির মোট মূলধনকে সমান মূল্যের কতগুলি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করে বিনিয়োগকারীদের কাছে বিক্রয়ের জন্য ছাড়া হয়। এই প্রত্যেক ক্ষুদ্র অংশকে এক একটি শেয়ার বলে। যিনি শেয়ার ক্রয় করবেন তিনি কোম্পানিটির মালিক হবেন। সুতরাং আমরা বলতে পারি, শেয়ারহোল্ডারগণ কোম্পানির প্রকৃত মালিক। মোট শেয়ার হোল্ডিং কোম্পানির সম্পদের উপর সংশিগুষ্ট বিনিয়োগকারীর মালিকানার অংশ নির্দেশ করে।

শেয়ার মূলধন কোম্পানি পরিচালনার অপর্যাপ্ত হতে পারে। ফলে প্রয়োজন হবে আরো তহবিলের। কোম্পানি কীভাবে এই অর্থ সংগ্রহ করবে? ব্যাংক থেকে ঋণ করতে পারে। আবার জনসাধারণের কাছে বন্ড বিক্রয় করে এই অতিরিক্ত অর্থ সংগ্রহ করতে পারে। অন্যদিকে শেয়ারের মত বন্ডও এরূপ ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমান অংশে ভাগ করে বাজারে ছাড়া হয়। প্রতিটি বন্ড এর হোল্ডারের নিকট ব্যবসার দায় নির্দেশ করে। অর্থাৎ বন্ডহোল্ডার ঋণদাতা। শেয়ার ও বন্ড প্রথমে প্রাথমিক বাজারে কোম্পানি কর্তৃক ছাড়া হয়। এরপর এগুলি সেকেন্ডারী বাজারে (সংশিগুষ্ট স্টক এক্সচেঞ্জে) বিনিয়োগকারীদের মধ্যে প্রতিনিয়ত হাত বদল হয়। এখানে সেকেন্ডারি বাজার বলতে শেয়ার বা বন্ডের প্রথম ইস্যুর পর দ্বিতীয়বার ক্রয়-বিক্রয়ের ক্ষেত্রকে বুঝায়।

শেয়ার ও বন্ডের মূল্যায়নের গুরুত্ব

প্রতিটি কোম্পানির মূল লক্ষ্য হলো এর বাজার মূল্য সর্বোচ্চকরণ (Maximization of market value)। এজন্য প্রয়োজন কোম্পানির বিদ্যমান শেয়ার ও বন্ডের বাজার মূল্য সর্বোচ্চকরণ। মূল্য সর্বোচ্চকরণ করার জন্য প্রয়োজনীয় পদক্ষেপ নিতে হলে কোম্পানির ব্যবস্থাপনা কর্তৃপক্ষকে জানতে হয় কোন কোন বিষয় শেয়ার ও বন্ডের মূল্যকে প্রভাবিত করে। মূল্যায়ন মডেলে শেয়ার ও বন্ডের বাজার মূল্যের উপর প্রভাব সৃষ্টিকারী প্রধান চলকগুলি অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

শেয়ার ও বন্ডের মূল্য নির্ধারণ বিনিয়োগকারীদের দিক থেকেও গুরুত্বপূর্ণ। কারণ, বাজার থেকে শেয়ার ও বন্ড ক্রয়ের সময় বিনিয়োগকারী প্রায়শঃই নিম্নোক্ত প্রশ্নগুলির সম্মুখীন হন, (১) সংশ্লিষ্ট শেয়ার বা বন্ডের মূল্য কত হওয়া উচিত? (২) বর্তমান বাজার মূল্যে ক্রয় করার পর ভবিষ্যতে দাম বাড়লে বা কমলে কি পরিমাণ লাভ বা ক্ষতি হতে পারে? (৩) শেয়ার

ও বন্ডের মূল্যের উপর প্রভাব সৃষ্টিকারী উপাদানসমূহে পরিবর্তনের ফলে এগুলির বাজার মূল্যের উপর কিরূপ প্রভাব পড়তে পারে? বিষয়গুলি মূল্যায়নের মাধ্যমে বিনিয়োগকারী এসব ব্যাপারে কিছু দিক নির্দেশনা পেতে পারেন।

যে কোন সাধারণ মূল্যায়ন মডেলের ন্যায় শেয়ার ও বন্ডের মূল্যায়নের ক্ষেত্রেও প্রধানত দু'টি বিষয় অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

১. সংশ্লিষ্ট শেয়ার বা বন্ড থেকে প্রত্যাশিত আয়।
২. আয়ের সাথে জড়িত ঝুঁকি, যা বাট্টার হারের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

নিচে বিভিন্ন প্রকার শেয়ার এবং বন্ডের মূল্যায়ন সম্পর্কে আলোকপাত করা হলো-

(ক) অগ্রাধিকার শেয়ার (Preference Share)

অগ্রাধিকার শেয়ারের উপর বিনিয়োগকারী নির্দিষ্ট হারে লভ্যাংশ পায় এবং মেয়াদ শেষে এর গায়ে উল্লিখিত লিখিত মূল্য (Face Value) ফেরত পায়। সুতরাং অগ্রাধিকার শেয়ারের ক্ষেত্রে এই লভ্যাংশ ও লিখিত মূল্যকে বিনিয়োগকারীর প্রত্যাশিত আয়ের হার (Required Rate of Return) দিয়ে বাট্টাকরণের মাধ্যমে মূল্য নির্ধারণ করা হয়।

অগ্রাধিকার শেয়ারে এর মেয়াদ (maturity) উলিøখিত থাকতে পারে কিংবা মেয়াদ অনুলিøখিত থাকতে পারে। দুই ক্ষেত্রে এর মূল্যায়ন হবে নিুরূপ ঃ

(I) মেয়াদ উলিøখিত থাকলেঃ
ধরি, বর্তমানে প্রত্যাশিত মূল্য = P_0
প্রত্যেক t সময়ে প্রত্যাশিত লভ্যাংশ = Div_t
প্রত্যাশিত আয়ের হার (%) = K_p
এবং মেয়াদ শেষে প্রাপ্য লিখিত মূল্য = M_n

সুতরাং $$P_0 = \frac{Div_1}{(1+K_p)} + \frac{Div_2}{(1+K_p)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots + \frac{Div_n + M_n}{(1+K_p)^n}$$

বা, $$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{Div_t}{(1+K_p)^t} + \frac{M_n}{(1+K_p)}$$

উদাহরণ

মি. X একটি অগ্রাধিকার শেয়ার ক্রয় করেন যার মেয়াদ ৮ বছর। এর লিখিত মূল্য ১,০০০ টাকা এবং এর উপর নির্দিষ্ট ১০% হারে লভ্যাংশ পাওয়া যায়। মি. X এর প্রত্যাশিত আয়ের হার ৯% হলে শেয়ারটির মূল্য কত হওয়া উচিত?

সমাধান

এখানে,

Div_t = ১০০ টাকা (১০০০ টাকার ১০%)
K_p = ৯% বা ০.০৯
M_n = ১,০০০ টাকা এবং
n = ৮ বছর

সুতরাং, $$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{Div_t}{(1+K_p)^t} + \frac{M_n}{(1+K_p)^n}$$

$\therefore P_0 = \frac{100}{(1+.09)} + \frac{100}{(1+.09)^2} + \frac{100}{(1+.09)^3} + \frac{100}{(1+.09)^4} + \frac{100}{(1+.09)^5} + \frac{100}{(1+.09)^6} + \frac{100}{(1+.09)^7} + \frac{100}{(1+.09)^8} + \frac{1000}{(1+.09)^8}$ = ১০০ (বার্ষিক বৃত্তির ফ্যক্টর PV, ৯%, ৮ বছর) + $\frac{1,000}{(1.99256)}$

= ১০০(৫.৫৩৪৮) + ৫০১.৮৭

= ১,০৫৫.৩৫ টাকা

(ii) মেয়াদ অনুলিøখিত থাকলে

এক্ষেত্রে সংশিøষ্ট অগ্রাধিকার শেয়ারটি একটি চিরস্থায়ী (perpetual) শেয়ার হবে যা থেকে অনির্দিষ্ট কাল পর্যন্ত নির্দিষ্ট হারে লভ্যাংশ পাওয়া যাবে।

ধরা যাক,

নির্দিষ্ট হারে চিরস্থায়ী লভ্যাংশ = D_p

এবং প্রত্যাশিত আয়ের হার = K_p

সুতরাং, প্রত্যাশিত মূল্য $P_0 = \frac{D_p}{K_p}$

উদাহরণ

মি. Y একটি মেয়াদ অনুল্লিখিত অগ্রাধিকার শেয়ার ক্রয় করেন, যার লিখিত মূল্য ১,০০০ টাকা। এ থেকে প্রাপ্য পারপিচ্যুয়াল লভ্যাংশের হার ৮% এবং মি. Yএর প্রত্যাশিত আয়ের হার ১১%। শেয়ারটির মূল্য কত?

সমাধান

এখানে,

D_p = ৮০ টাকা (১,০০০ টাকার ৮%)

K_p = ১১% or, ০.১১

$\therefore P_0 = \frac{D_p}{K_p} = \frac{80}{0.11} = 727.27$ টাকা

(খ) সাধারণ শেয়ার (Ordinary Shares)

সাধারণ শেয়ারের মূল্যায়ন করা কিছুটা কষ্টসাধ্য। এর জন্য নিম্নলিখিত দুইটি কারণ দায়ী।

১. অগ্রাধিকার শেয়ার এবং বন্ডের ন্যায় সাধারণ শেয়ারের ক্ষেত্রে লভ্যাংশের পরিমাণ নির্দিষ্ট নয় এবং এর নিয়মিত প্রাপ্তির ব্যাপারটিও নিশ্চিত নয়। কারণ সাধারণ শেয়ারহোল্ডারগণের দাবী সর্বশেষে পূরণ করা হয় এবং কোন বছর পর্যাপ্ত লাভ না হলে বা লোকসান হলে কোন লভ্যাংশই ঘোষণা করা হয় না। সুতরাং সাধারণ শেয়ারের মূল্যায়ন মডেলে ব্যবহার্য নগদ প্রবাহের ব্যাপারে নিশ্চিত করে কোন পূর্বাভাষ দেওয়া কঠিন।

২. অগ্রাধিকার শেয়ার ও বন্ডের প্রত্যাশিত আয় সব সময় নির্দিষ্ট হারে স্থির থাকে। কিন্তু সাধারণ শেয়ার থেকে প্রত্যাশিত আয় সময়ের সাথে সাথে বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ সাধারণ শেয়ারের লভ্যাংশের সাথে বৃদ্ধি ফ্যক্টর জড়িত (Growth Factor)। এই বৃদ্ধির হারের ব্যাপারে নিশ্চয়তা না থাকায় ভবিষ্যত প্রত্যাশিত নগদ প্রবাহের পূর্বাভাষ কষ্টসাধ্য ব্যাপার হয়ে দাঁড়ায়।

সাধারণ শেয়ারের মূল্য নির্ণয়ে লভ্যাংশ বাট্টাকরণ মডেল (Dividend Discount Model in the Valuation of Ordinary Shares)

মূল্যায়ন মডেলের সাধারণ নীতি শেয়ার মূল্যায়নের ক্ষেত্রেও একইভাবে প্রযোজ্য। তাই এক্ষেত্রেও সাধারণ শেয়ার থেকে ভবিষ্যতে প্রত্যাশিত মোট আয়কে বাট্টাকরণের মাধ্যমে প্রত্যাশিত মূল্য বের করা হয়।

বিভিন্ন তথ্য ও দৃষ্টান্ত থেকে দেখা যায়, শেয়ারহোল্ডারগণ অনির্দিষ্টকাল ধরে রাখার জন্য শেয়ার ক্রয় করেন না। অর্থাৎ প্রত্যেক শেয়ারহোল্ডার একটি নির্দিষ্ট সময় পর্যন্ত শেয়ার ধরে রাখেন ও লভ্যাংশ ভোগ করেন এবং এর পর তা বিক্রয় করে দেন। সুতরাং, শেয়ার থেকে প্রত্যাশিত আয়ের মধ্যে দু'টি বিষয় অন্তর্ভুক্ত :

১. বিক্রয় করার পূর্ব পর্যন্ত প্রাপ্ত লভ্যাংশ এবং
২. শেয়ারের বিক্রয়মূল্য যা থেকে মূলধনী লাভ বা মূলধনী লোকসানের উদ্ভব হয়। শেয়ারের বিক্রয় মূল্য এর ক্রয়কৃত মূল্যের চেয়ে বেশি হলে মূলধনী লাভ এবং উল্টোটা হলে মূলধনী লোকসান হয়।

(ক) একটিমাত্র পিরিয়ডের জন্য প্রযোজ্য মডেল (Single period Model)

ধরা যাক, কোন বিনিয়োগকারী শেয়ার ক্রয় করেন কেবল ১ বছর সময়ের জন্য। ১ বছর পর উক্ত শেয়ার থেকে প্রত্যাশিত লভ্যাংশ D_1 টাকা এবং প্রত্যাশিত বিক্রয় মূল্য P_1 টাকা। উক্ত বিনিয়োগকারীর প্রয়োজনীয় আয়ের হার (বাট্টার হার) K_e হলে, শেয়ারটির বর্তমান প্রত্যাশিত মূল্য হবে, $P_0 = \frac{D_1 + P_1}{(1+K_e)^1}$

উদাহরণ

মি. জামিল ১ বছরের জন্য কিছু শেয়ার ক্রয় করেন। বছর শেষে প্রতিটি শেয়ারের প্রত্যাশিত লভ্যাংশ ১৫ টাকা এবং প্রত্যাশিত বিক্রয় মূল্য প্রতি শেয়ার ১৭৫ টাকা। জনাব জামিলের প্রয়োজনীয় আয়ের হার (বাট্টার হার) ১১% হলে-

ক) প্রতিটি শেয়ারের ক্রয়মূল্য কত হওয়া উচিত?

খ) প্রত্যাশিত বৃদ্ধির হার (Growth Rate) কত?

সমাধান

ক) এখানে,

$D_১$ =১৫ টাকা

$P_১$ = ১৭৫ টাকা

K_e = ১১% বা ০.১১

সুতরাং, প্রত্যাশিত ক্রয় মূল্য

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{(1+K_e)^1}$$

$$P_0 = \frac{15+175}{(1+0.11)} = \frac{190}{1.11} = 171.17 \text{ টাকা}$$

(খ) প্রত্যাশিত বৃদ্ধির হার,

$$g = \frac{P_1 - P_0}{P_0} = \frac{175-171.17}{171.17} = \frac{3.828}{171.17} = 0.0224 \text{ বা } ২.২৪\%$$

খ) একাধিক পিরিয়ডের জন্য প্রযোজ্য মডেল (Multiperiod Model)

ধরা যাক, উপরোক্ত বিনিয়োগকারী ২ বছরের জন্য শেয়ারটি ক্রয় করেন এবং অতঃপর সেগুলি বিক্রয় করে দেন। অর্থাৎ, তিনি ১ম বছর লভ্যাংশ পাবেন D_1 এবং ২য় বছর শেষে পাবেন লভ্যাংশ D_2 ও বিক্রয়মূল্য P_2 । সুতরাং মূল্যায়নের সাধারণ মডেল অনুসারে,

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+K_e)} + \frac{D_2 + P_2}{(1+K_e)^2} \text{.............................}(1)$$

এভাবে কোন বিনিয়োগকারী যদি n পিরিয়ডের জন্য শেয়ার ক্রয় করেন, তবে তাঁর প্রত্যাশিত প্রারম্ভিক মূল্য (ক্রয়মূল্য) হবে,

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+K_e)} + \frac{D_2}{(1+K_e)^2} + \text{.....................} + \frac{D_n + P_n}{(1+K_e)^n}$$

বা, $P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{D_t}{(1+K_e)^t} + \frac{P_n}{(1+K_e)^n} \text{....................}(2)$

উপর্যুক্ত (২) নং সমীকরণের দ্বিতীয় অংশের দিকে নজর দেয়া যাক। কোন শেয়ার ৫০ বা ১০০ বছরের জন্য যদি হোল্ড করা হয়, তবে P_n -এর বাট্টাকৃত বর্তমান মূল্য অত্যন্ত তাৎপর্যহীন রকমের কম হয়ে পড়ে। সুতরাং দীর্ঘমেয়াদে সাধারণ শেয়ারের মূল্যায়নে গুরুত্বপূর্ণ চলক হল প্রত্যেক t সময়ে এ থেকে প্রত্যাশিত লভ্যাংশ। এভাবে অনির্দিষ্ট কাল হোল্ড করার জন্য ক্রয়কৃত শেয়ারের বর্তমানে প্রত্যাশিত মূল্য দাঁড়ায়,

$$P_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{D_t}{(1+K_e)^t} \text{....................}(3)$$

লভ্যাংশের বৃদ্ধি (Growth in Dividends)

এ পর্যন্ত আলোচনায় ধরে নেয়া হয়েছে যে, বিভিন্ন পিরিয়ডে প্রদত্ত লভ্যাংশের পরিমাণ একই থাকবে। কিন্তু এই অনুমান (assumption) বা ধরে নেয়াটি বাস্তবসম্মত নয়। কারণ কোম্পানি অবন্টিত লভ্যাংশ (Retained Earnings) হিসাবে নীট বন্টনযোগ্য আয়ের যে অংশ পুনরায় বিনিয়োগ করে তা থেকে যে অতিরিক্ত আয় আসে, পরবর্তীকালে সেই আয়ের অংশবিশেষ শেয়ারহোল্ডারগণ লভ্যাংশ এর সাথে প্রত্যাশা করেন।

বিভিন্ন তথ্য এবং পরিসংখ্যান থেকেও এটা প্রমাণিত হয় যে, অধিকাংশ কোম্পানির শেয়ারহোল্ডারগণই লভ্যাংশের বৃদ্ধি আশা করেন এবং কোম্পানিগুলিও সেরূপভাবে লভ্যাংশ নীতি অনুসরণ করে থাকে।

আলোচনার সুবিধার্থে ধরে নেয়া হলো কোম্পানির লভ্যাংশ একটি স্থির হারে (Constant Rate) বৃদ্ধি পায়। এই হারকে g দ্বারা প্রকাশ করলে,

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{(1+K_e)} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+K_e)^2} + \text{...............} + \frac{D_0(1+g)^\alpha}{(1+K_e)^\alpha} \text{.........}(4)$$

যেখানে D_0 সর্বশেষ প্রদত্ত লভ্যাংশ নির্দেশ করে।

এখন উভয় পক্ষকে $\frac{(1+K_e)}{(1+g)}$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\frac{P_0(1+K_e)}{(1+g)} = \frac{(1+K_e)}{(1+g)}\left[\frac{D_0(1+g)}{(1+K_e)} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+K_e)^2} + \ldots + \frac{D_0(1+g)^\alpha}{(1+K_e)^\alpha}\right] \ldots (5)$$

এখন ৫নং সমীকরণ থেকে ৪নং সমীকরণ বাদ দিয়ে পাই,

$$\frac{P_0(1+K_e)}{(1+g)} - P_0 = D_0 - \frac{D_0(1+g)^{\alpha}}{(1+K_e)^{\alpha}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

এখন, যদি ধরে নেই যে, $K_e>g$ তবে সমীকরণ (৬) এর ডান পক্ষের দ্বিতীয় অংশটি শুন্য হয়ে পড়বে, সুতরাং,

$$\frac{P_0(1+K_e)}{(1+g)} - P_0 = D_0$$

hį, $P_0\left[\dfrac{(1+K_e)}{(1+g)} - 1\right] = D_0$

hį, $P_0\left[\dfrac{1+K_e-1-g}{(1+g)}\right] = D_0$

hį, $P_0\left[\dfrac{(K_e-g)}{(1+g)}\right] = D_0$

hį, $P_0 = \dfrac{D_0(1+g)}{(K_e-g)}$

hį, $P_0 = \dfrac{D_1}{(K_e-g)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$

এখানে, D_1 = ভবিষ্যতে প্রাপ্য সর্বপ্রথম বা পিরিয়ড ১ এ প্রত্যাশিত লভ্যাংশ।

সমীরকণ (৭) থেকে K_e ও বের করা যায়।

বা, $K_e = \dfrac{D_1}{P_0} + g \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$

উদাহরণ

জনাব বজলু একটি কোম্পানির শেয়ার ক্রয় করেন। কোম্পানিটি সর্বশেষ যে লভ্যাংশ প্রদান করেছিল তার পরিমাণ শেয়ার প্রতি ১২টাকা। বিনিয়োগকারীগণ বার্ষিক ৫% হারে লভ্যাংশের বৃদ্ধি প্রত্যাশা করেন। জনাব বজলুর প্রয়োজনীয় আয়ের হার (Required Rate of Return) (RRR) ১২% হলে, প্রতিটি শেয়ারের বর্তমান প্রত্যাশিত মূল্য কত?

সমাধান

আলোচ্য সমস্যায়,

D_0 = ১২ টাকা

g = ৫% বা ০.০৫

K_e = ১২% বা ০.১২

এখন সর্বাগ্রে D_1 বের করতে হবে।

$D_1 = D_0$ (১ + g)

= ১২(১+০.০৫)

= ১২(১.০৫) = ১২.৬০ টাকা

সুতরাং, $P_0 = \dfrac{12.60}{0.12-0.05} = \dfrac{12.60}{0.07} = 180$ টাকা

উদাহরণ

মি. X কোন একটি কোম্পানির শেয়ার প্রতিটি ১২০টাকায় ক্রয় করেন। কোম্পানির সর্বশেষ প্রদত্ত লভ্যাংশ প্রতি শেয়ারে ১১ টাকা এবং লভ্যাংশ বৃদ্ধির হার ৫.৫%। মি. X এর প্রয়োজনীয় আয়ের হার (RRR) বা K_e বের করুন।

সমাধান

এখানে,

P_0 = ১২০ টাকা
g = ৫.৫% বা, ০.০৫৫ এবং
D_0 = ১১ টাকা

এখন,

$D_1 = D_0(1 + g)$
= ১১(১ + ০.০৫৫)
= ১১(১.০৫৫)
= ১১.৬০৫

সুতরাং, $K_e = \frac{D_1}{P_0} + g$

$$= \frac{11.605}{120} + 0.055$$

= ০.০৯৬৭ +০.০৫৫
= ০.১৫১৭ বা, ১৫.১৭%

বন্ডের মূল্যায়ন (Valuation of Bond)

আলোচনার সুবিধার্থে ধরে নেয়া হলো যে, বন্ডের ক্রয়কারীরা এর মেয়াদ শেষ না হওয়া পর্যন্ত বন্ড হোল্ড করেন এবং মেয়াদ শেষে তা কোম্পানির নিকট প্রত্যার্পন করে বন্ডের গায়ে লিখিত মূল্য ফেরত পান। সুতরাং বন্ডের মূল্য মূল্যায়নে বিবেচ্য বিষয় হলো-

(১) বন্ড থেকে প্রত্যেক t পিরিয়ডে প্রাপ্য নির্দিষ্ট হারে সুদ।
(২) মেয়াদ শেষে প্রাপ্য লিখিত মূল্য (Maturity)

ধরা যাক,

প্রত্যেক t সময়ে নির্দিষ্ট হারে প্রাপ্য সুদ = I_t
বন্ড থেকে প্রত্যাশিত আয়ের হার = K_d
n পিরিয়ড বা বন্ডের মেয়াদ শেষে প্রাপ্য লিখিত মূল্য = M_n
বন্ডের মোট মেয়াদ = n
এবং বন্ডের বর্তমান প্রত্যাশিত মূল্য = b_0

সুতরাং,

$$b_0 = \frac{I_1}{(1+K_d)} + \frac{I_2}{(1+K_d)^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{I_n + M_n}{(1+K_d)^n}$$

বা, $$b_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{I_t}{(1+K_d)^t} + \frac{M_n}{(1+K_d)^n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

উদাহরণ

মি. খসরু একটি ৫ বছর মেয়াদী বন্ডে বিনিয়োগ করতে ইচ্ছুক। বন্ডের লিখিত মূল্য ১,০০০ টাকা এবং এর সুদের হার (Nominal Interest Rate) ৮%। মি. খসরুর বন্ডটি কত দিয়ে ক্রয় করা উচিত যদি তাঁর -

(ক) প্রত্যাশিত K_d = ১০%

(খ) প্রত্যাশিত K_d = ৬%

সমাধান

(ক) এখানে,

I_t = ৮০ টাকা (১,০০০ টাকার ৮%)

n = ৫ বছর

K_d= ১০% বা ০.১০ এবং

M_n = ১,০০০ টাকা

সুতরাং,

$$b_0 = \frac{80}{(1.10)} + \frac{80}{(1.10)^2} + \frac{80}{(1.10)^3} + \frac{80}{(1.10)^4} + \frac{1,080}{(1.10)^5}$$

= ৭২.৭২৭ + ৬৬.১১৬ + ৬০.১০৫ + ৫৪.৬৪১ + ৬৭০.৬০

= ৯২৪.১৯ টাকা

(খ) এখানে,

I_t = ৮০ টাকা

n = ৫ বছর

K_d = ৬% বা ০.০৬

এবং M_n = ১,০০০ টাকা

$$\therefore b = \frac{80}{(1.06)^1} + \frac{80}{(1.06)^2} + \frac{80}{(1.06)^3} + \frac{80}{(1.06)^4} + \frac{1,080}{(1.06)^5}$$

$$= 75.47 + 71.20 + 67.17 + 63.367 + 807.04$$

= 1084.25 VvLi

উপর্যুক্ত উদাহরণ থেকে একটা ব্যাপার লক্ষ্যনীয় যে, বিনিয়োগকারীর প্রত্যাশিত আয়ের হার (RRR) বা K_d যদি ৬% হয় তবে তিনি ১,০০০ টাকা দামের বন্ড ১,০৮৪.২৫ টাকা দিয়েও ক্রয় করতে প্রস্তুত। কিন্তু K_d যদি আরো বেশি অর্থাৎ ৬% এর বেশি হয় (এখানে ১০%) তবে ১,০০০ টাকা দামের বন্ডের জন্য তিনি ৯২৪.১৯ টাকার বেশি দিতে রাজী হবেন না। এভাবে বন্ডের মূল্য K_d এর সাথে বিপরীত ভাবে সম্পর্কযুক্ত।

সারসংক্ষেপ :

- মোট শেয়ার হোল্ডিং কোম্পানির সম্পদের উপর সংশিগুষ্ট বিনিয়োগকারীর মালিকানার অংশ নির্দেশ করে।
- শেয়ার ও বন্ড প্রথমে প্রাথমিক বাজারে কোম্পানি কর্তৃক ছাড়া হয়।
- মূল্যায়ন মডেলে শেয়ার ও বন্ডের বাজার মূল্যের উপর প্রভাব সৃষ্টিকারী প্রধান চলকগুলি অন্তর্ভুক্ত করা হয়।
- শেয়ার ও বন্ডের মূল্য নির্ধারণ বিনিয়োগকারীদের দিক থেকেও গুরুত্বপূর্ণ।

ইউনিট-উত্তর মূল্যায়ন

১. ‘দুটি পৃথক বছরে প্রাপ্ত একই পরিমাণ নগদ প্রবাহ অতুলনীয়' - আপনার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দেখান।
২. চক্রবৃদ্ধির পৌনঃপুনিকতা (frequency) বৃদ্ধি করা হলে কার্যকর সুদের হারে কী ধরনের পরিবর্তন হয়?
৩. একজন আর্থিক উপদেষ্টা হিসেবে আপনি আপনার মক্কেলকে একটি বাণিজ্যিক ব্যাংকে ১০% হারে বার্ষিক অথবা অর্ধবার্ষিক চক্রবৃদ্ধি প্রয়োগের ব্যাপারে কী উপদেশ প্রদান করবেন?
৪. ধরুন, আপনি একটি ব্যাংকে ১,০০০ টাকার আমানত জমা রাখলেন। চক্রবৃদ্ধি সুদের হার বার্ষিক ৫% চক্রবৃদ্ধি সুদের হার প্রয়োগ করা হলে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বছর শেষে আপনি কত পাবেন তা নির্ণয় করেন।
৫. ধরুন, আপনি সোনালী ব্যাংকে দুবছরের জন্য একটি আমানত স্কিমে ১,০০০ টাকা জমা করলেন। চক্রবৃদ্ধি সুদের হার ৩%। অর্ধবার্ষিক চক্রবৃদ্ধি প্রয়োগ করা হলে যথাক্রমে ছয় মাস, এক বছর, আঠার মাস ও দুই বছর শেষে আপনি কত পাবেন তা নির্ণয় করুন।
৬. ১,০০০ টাকার ১২% হার সুদে ২ বছর শেষে (ক) বার্ষিক, (খ) অর্ধবার্ষিক, (গ) ত্রৈমাসিক ও (ঘ) মাসিক চক্রবৃদ্ধি প্রয়োগ করা হলে কত পাওয়া যাবে?
৭. ‘সঠিক ও উদ্দেশ্য ভিত্তিক সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য আর্থিক ব্যবস্থাপককে অর্থের সময়মূল্যকে বিবেচনায় রাখতে হয়।' উপযুক্ত উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি ব্যাখ্যা করুন।
৮. ‘সময়ের বৃদ্ধির সাথে বর্তমান মূল্যের বিপরীত সম্পর্ক থাকলেও সময়ের সাথে প্রান্তীয় মূল্যের সম্পর্ক সমানুপাতিক।' উপযুক্ত উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি ব্যাখ্যা করুন।
৯. ধরুন, আপনি কোন একটি উৎস থেকে ৫ বৎসর পরে ৫,০০০ টাকা পাওয়ার একটি সুযোগ পেলেন। বাট্টা হার ৬% হলে উক্ত টাকা বর্তমান মূল্য কত?
১০. আজকে বিনিয়োগকৃত ১০,০০০ টাকার ৮% হারে ৪ বৎসর পর প্রান্তীয় মূল্য কত হবে? যদি (ক) বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি (খ) অর্ধবার্ষিক চক্রবৃদ্ধি (গ) মাসিক চক্রবৃদ্ধি হয়।
১১. বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য নিরূপণের পদ্ধতি বর্ণনা করুন।
১২. বাস্তবক্ষেত্রে বার্ষিক বৃত্তির বর্তমান মূল্য ও প্রান্তীয় মূল্য নির্ণয়ের পদ্ধতি কোন কোন প্রয়োজনে ব্যবহৃত হয় তা উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।
১৩. ধরুন, আপনি একটি বিনিয়োগ থেকে ৫ বছর পর্যন্ত প্রতি বছর ১,০০০ টাকা করে নগদ আয় পাবেন। চক্রবৃদ্ধি সুদের হার ১০% হলে আপনার মোট প্রাপ্তব্য আয়ের বর্তমান মূল্য কত হবে?
১৪. ধরুন, সোনালী ব্যাংকে ৭ বছরের জন্য ১০% চক্রবৃদ্ধি সুদে আপনি ৪০,০০০ টাকা স্থায়ী আমানতে জমা রাখলেন। ৭ বছর পর থেকে পরবর্তী ৭ বছর পর্যন্ত প্রতিবছর কি পরিমাণ টাকা ব্যাংক থেকে উত্তোলন করা হলে আমানতের পরিমাণ শূন্য (০) হবে। পরবর্তী ৭ বছরেও সুদের হার ১০% থাকবে।
১৫. বিনিয়োগকারী মূল্যায়ন মডেলের সাহায্যে বিনিয়োগটি লাভজনক হবে কি হবে না তা কীভাবে বিচার করেন?
১৬. মূল্যায়ন মডেলে কয়টি বিষয় বিচার-বিবেচনা করা হয়? বিষয়গুলি বিবেচনার কারণ কী?